



Олимпиада
Юношеской математической школы
2 отборочный тур
14 октября 2023 года
9 класс



1. Для четырёх попарно различных ненулевых чисел a, b, c, d выполнено равенство $\frac{a}{b+c+d} = \frac{b}{a+c+d}$. Докажите, что $\frac{c}{a+b+d} = \frac{d}{a+b+c}$.

2. Бумажный остроугольный треугольник площади 1 перегнули вдоль прямой, параллельной одной из сторон. Какую наименьшую площадь может занимать полученная фигура?

3. Существуют ли натуральные числа a, b, c , такие что

$$\text{НОК}(a, b) + \text{НОК}(b, c) = \text{НОК}(a, c)?$$

4. Пусть $ABCD$ — вписанный четырёхугольник. Точки A' и C' симметричны точкам A и C относительно прямой BD , а точки B' и D' симметричны точкам B и D относительно прямой AC . Докажите, что четырёхугольник $A'B'C'D'$ вписанный.

5. В сундуке лежат 2023 монеты. Пираты Билли Бонс и Джон Флинт по очереди берут монеты из сундука. Начинает Билли. За ход пират должен выбрать счастливое число из набора: 2, 3, 4, 5, 6, 7, затем найти остаток от деления числа монет в сундуке на выбранное число (этот остаток должен быть положительным), а потом взять себе столько монет, сколько получилось в остатке. Когда ни один из пиратов уже не может взять ни одной монеты, подводят итог: капитаном становится тот, кто наберёт больше монет. Кто из пиратов сможет стать капитаном независимо от тактики противника?