

# Экзамен 12 апреля. Математика

Время на выполнения заданий по алгебре и геометрии 80 минут. Напишите полное решение наибольшего количества заданий. Решать их можно в любом порядке. Разные задачи могут иметь разную стоимость.

1) Решите уравнение:  $x^2 - 1 = (x - 1)^2$

2) Вычислите:  $\frac{(0,2)^3 \cdot (6^3 \cdot 14^3)^3 \cdot 729 \cdot 625}{2^8 \cdot (21 \cdot \frac{3}{17})^8 \cdot 34^9} - \frac{19}{51}$

3) Разложите на множители:

$$x^3 - 3x - 2$$

4) На пищевом производстве используется концентрированная смесь для приготовления соусов. В исходной смеси массовая доля сахара составляла 40%, соли — 20%, остальное — вода. Для корректировки вкуса в смесь добавили 100 г сахара и 300 г соли, после чего её тщательно перемешали. В результате массовая доля сахара стала равна 30%. Сколько граммов соли содержится в полученной смеси?

5) Постройте график функции  $y = \frac{x}{2} - 3$ . При каком значении параметра  $a$  он пересекает график функции  $y = |x - a|$  в двух точках?

6) При каких целых  $n$  выражение  $n^3 - 12n^2 + 48n - 65$  неотрицательно?

7) Упростите выражение:

$$\left(\frac{a-2}{a+b}\right)^2 \cdot \left(\frac{a+b}{4b-2ab} + \frac{b+a}{2a+ab-2b-a^2}\right) - \frac{a}{2b(b-a)}$$

8) Через вершины  $A$  и  $C$  треугольника  $ABC$  проведены прямые, перпендикулярные биссектрисе угла  $ABC$ , пересекающие прямые  $CB$  и  $BA$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно. Найдите чему может быть равно  $AB$ , если  $BM = 8$ ,  $KC = 1$ .

9) На катетах  $AC$  и  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  вне его построены квадраты  $ACDE$  и  $CBFK$  (вершины обоих квадратов перечислены против часовой стрелки),  $P$  — середина  $KD$ . Докажите, что  $CP \perp AB$ .

10) Длины двух сторон треугольника равны 2 и 5. Докажите, что медиана, проведённая к третьей его стороне, больше 1,5.

# Экзамен 12 апреля. Математика

Время на выполнения заданий по алгебре и геометрии 80 минут. Напишите полное решение наибольшего количества заданий. Решать их можно в любом порядке. Разные задачи могут иметь разную стоимость.

1) Решите уравнение:  $x^2 - 1 = (x - 1)^2$

2) Вычислите:  $\frac{(0,2)^3 \cdot (6^3 \cdot 14^3)^3 \cdot 729 \cdot 625}{2^8 \cdot (21 \cdot \frac{3}{17})^8 \cdot 34^9} - \frac{19}{51}$

3) Разложите на множители:

$$x^3 - 3x - 2$$

4) На пищевом производстве используется концентрированная смесь для приготовления соусов. В исходной смеси массовая доля сахара составляла 40%, соли — 20%, остальное — вода. Для корректировки вкуса в смесь добавили 100 г сахара и 300 г соли, после чего её тщательно перемешали. В результате массовая доля сахара стала равна 30%. Сколько граммов соли содержится в полученной смеси?

5) Постройте график функции  $y = \frac{x}{2} - 3$ . При каком значении параметра  $a$  он пересекает график функции  $y = |x - a|$  в двух точках?

6) При каких целых  $n$  выражение  $n^3 - 12n^2 + 48n - 65$  неотрицательно?

7) Упростите выражение:

$$\left(\frac{a-2}{a+b}\right)^2 \cdot \left(\frac{a+b}{4b-2ab} + \frac{b+a}{2a+ab-2b-a^2}\right) - \frac{a}{2b(b-a)}$$

8) Через вершины  $A$  и  $C$  треугольника  $ABC$  проведены прямые, перпендикулярные биссектрисе угла  $ABC$ , пересекающие прямые  $CB$  и  $BA$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно. Найдите чему может быть равно  $AB$ , если  $BM = 8$ ,  $KC = 1$ .

9) На катетах  $AC$  и  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  вне его построены квадраты  $ACDE$  и  $CBFK$  (вершины обоих квадратов перечислены против часовой стрелки),  $P$  — середина  $KD$ . Докажите, что  $CP \perp AB$ .

10) Длины двух сторон треугольника равны 2 и 5. Докажите, что медиана, проведённая к третьей его стороне, больше 1,5.