



Олимпиада
Юношеской математической школы

2 отборочный тур
5 октября 2024 года
9 класс



1. Вася прибавил к каждому числу от 2 до 12000 его наименьший натуральный делитель, отличный от единицы, и выписал все получившиеся 11999 сумм на доску. Верно ли, что на доске оказалось хотя бы 10000 различных чисел?
2. Линейную функцию $g(x) = px + q$ с $p \neq 0$ назовём парадоксальной для квадратного трёхчлена f , если из двух трёхчленов $f(px + q)$ и $pf(x) + q$ один имеет хотя бы один вещественный корень, а другой не имеет. На доске написаны сто квадратных трёхчленов. Оказалось, что любые два квадратных трёхчлена имеют общую парадоксальную функцию. Докажите, что у всей сотни трёхчленов есть общая парадоксальная функция.
3. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$. Оказалось, что $\angle BDC = 60^\circ$ и биссектриса угла ABC перпендикулярна прямой CD . Докажите, что $AD + BD = CD$.
4. Яша, Юра и Эдик решили съездить на рыбалку на пруд, но оказалось, что их мотоцикл вмещает лишь двоих, включая водителя. Тогда Яша с Юрой поехали на мотоцикле, а Эдик пошёл пешком. Яша отвёз Юру до пруда, вернулся за Эдиком, и они поехали вместе. По пути Эдик заметил, что Яше не стоило довозить Юру до пруда, а надо было высадить Юру немного раньше. И если бы Яша высадил Юру так, что все трое друзей добрались бы до озера одновременно, то они сэкономили бы 12% времени. Скорости пешеходов постоянны и равны между собой, скорость мотоцикла постоянна и более чем в два раза больше скорости пешехода. Во сколько раз скорость мотоцикла больше скорости пешехода?
5. В квадрате 9×9 первый, четвёртый и седьмой столбцы покрашены в красный цвет, второй, пятый и восьмой столбцы — в синий, остальные в жёлтый цвет. В левой нижней угловой клетке доски стоит хромая ладья, которая может ходить на одну клетку вправо или на одну клетку вверх. Каких способов добраться до правой верхней угловой клетки больше: тех, в которых красных клеток больше, чем синих, или тех, в которых синих клеток больше, чем жёлтых?