



Олимпиада
Юношеской математической школы

2 отборочный тур
5 октября 2024 года
8 класс



1. На доске написано 17 подряд идущих натуральных чисел. Андрей сосчитал сумму их попарных НОКов. (То есть нашёл наименьшее общее кратное первого и второго числа, потом первого и третьего, первого и четвертого, ..., 16-го и 17-го и всё это сложил.) Могло ли у него получиться число 987654321?
2. Все клетки нечётных столбцов доски 9×9 покрашены в чёрный цвет, а все клетки чётных столбцов — в белый. В левой нижней угловой клетке доски стоит хромая ладья, которая может ходить на одну клетку вправо или на одну клетку вверх. Каких способов добраться до правой верхней угловой клетки больше: тех, в которых больше белых клеток, или тех, в которых больше чёрных клеток?
3. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$, такой что $AB = 4$, $AD = 8$, $CD = 6$. Точка P — пересечение биссектрис углов A и D . Оказалось, что $PD = 10$, $\angle PBA = \angle PAB$. Найдите PC .
4. На доске написано несколько пар положительных чисел. Если пары (a, b) и (c, d) (не обязательно различные) выписаны, то Андрей также пишет и пару $(2ac, ad + bc)$. Через некоторое время Андрей понял, что какую бы пару он ни выписал, отношение первого числа этой пары ко второму равно отношению первого числа пары ко второму в одной из уже выписанных пар. Докажите, что это отношение для всех изначально выписанных пар было одинаковым.
5. В компании из 30 человек некоторые люди знакомы между собой (знакомство взаимно). Известно, что среди любых четырёх людей один из них знает хотя бы двух из остальных. Также известно, что любые двое могут передать сообщение от одного к другому, передавая его только через знакомых. Докажите, что можно выстроить их всех в ряд так, чтобы любые два соседа были знакомы.