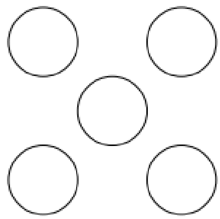
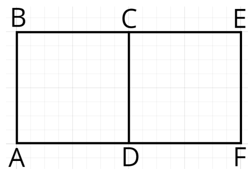
Олимпиада
Юношеской математической школы
2 отборочный тур
5 октября 2024 года
7 класс

1. Серёжа и Настя играют в игру, по очереди расставляя натуральные числа от 1 до 5 в ячейки X-образной диаграммы справа, начинает Настя. В каждой ячейке может стоять только одно число, в разных ячейках должны стоять разные числа. Сможет ли Настя играть так, чтобы в конце игры суммы чисел в диагоналях были не равны между собой?



2. На плоскости нарисованы два квадрата $ABCD$ и $DCEF$, как показано на картинке. По прямоугольнику $ABEF$ с постоянной скоростью по часовой стрелке бегает Крош, а по квадрату $ADCB$ с постоянной скоростью против часовой стрелки бегает Ёжик. Могло ли так случится, что ни в какой момент времени Крош и Ёжик не встретятся, если они бегают бесконечно долго?



3. Все клетки нечётных столбцов доски 8×8 покрашены в чёрный цвет, а все клетки чётных столбцов — в белый. В левой нижней угловой клетке доски стоит хромая ладья, которая может ходить на одну клетку вправо или на одну клетку вверх. Каких способов добраться до правой верхней угловой клетки больше: тех, в которых больше белых клеток, или тех, в которых больше чёрных клеток?

4. Вася прибавил к каждому числу от 2 до 10000 его наибольший делитель, отличный от самого числа, и выписал все получившиеся 9999 сумм на доску. Верно ли, что на доске оказалось более 9500 различных чисел?

5. В компании из 30 человек некоторые люди знакомы между собой (знакомство взаимно). Известно, что среди любых четырёх людей один из них знает хотя бы двух из остальных. Докажите, что можно выбрать 29 человек и выстроить их в ряд так, чтобы любые два соседа были знакомы.