



Олимпиада  
Юношеской математической школы

2 отборочный тур  
5 октября 2024 года  
5 класс



1. Покажите, как разрезать прямоугольник  $6 \times 8$  на шесть одинаковых многоугольников так, чтобы хотя бы один из этих многоугольников не имел общих клеток с границей прямоугольника.
2. У Кати есть бочки массой 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 кг (по одной бочке каждой массы). В бочке массой 2 кг находится 18 кг пшеницы, а остальные пустые. Еще у Кати есть чашечные весы без гирь. Как Кате разделить пшеницу на три равные части? Высыпать за пределы бочек пшеницу нельзя.
3. На острове по кругу расположены сто селений туземцев. В центре круга находится хижина Вождя. Однажды некоторые селения на острове захватили варвары. После этого из каждого селения к вождю было послано по одному гонцу, и все они сказали: «Оба поселения, соседние с нашим, захвачены». Вождь знает, что туземцы будут говорить ему только правду, а варвары — только врать. Также Вождь понимает, что если селение захвачено, то его гонец — точно варвар, а если селение не захвачено, его гонец может быть как варваром, так и туземцем. Разведка донесла Вождю, что на его острове захвачена ровно половина селений, и у каждого захваченного селения хотя бы одно из соседних тоже захвачено (эта информация достоверная). Сколько туземцев могло быть среди посланных вождю гонцов? Приведите все варианты и докажите, что других нет.
4. Даны пять последовательных натуральных чисел, каждое из которых больше 30. Для каждого числа на доску выписали количество его натуральных делителей (например, у числа 49 три делителя: 1, 7, 49). Может ли сумма пяти выписанных на доску чисел быть меньше 20?
5. На первом этаже большого дома находятся четверо гномов весом 20, 30, 40 и 50 кг соответственно. В этом доме нет лестницы, но есть очень странный лифт. Он не может ехать пустым (даже если его кто-то вызывает с другого этажа), но и перевозить больше 100 кг тоже не может. А ещё он берёт одну золотую монету с каждого гнома за каждый этаж. Гному с весом 20 кг нужно на второй этаж, гному с весом 30 — на третий, гному с весом 40 — на четвёртый, гному с весом 50 — на пятый. В конце лифт можно оставить на любом этаже. Какое наименьшее количество денег они должны заплатить, чтобы каждый оказался на своём этаже?