



Олимпиада
Юношеской математической школы

2 отборочный тур
5 октября 2024 года
10 класс



1. Вася прибавил к каждому числу от 2 до 10000 его наименьший делитель, отличный от единицы, и выписал все получившиеся 9999 сумм на доску. Найдётся ли какое-нибудь число, которое повторяется хотя бы шесть раз?
2. На координатной плоскости с началом координат O отмечены все точки (x, y) , удовлетворяющие соотношению $x^2 + x^3 = y^2$. Кирилл взял отмеченные точки A и B , такие что $OA \perp OB$. Докажите, что прямая AB проходит через некоторую точку, не зависящую от выбора A и B .
3. $ABCD$ — квадрат. Внутри него взята точка F , для которой $\angle FAB = \angle FBA = 27^\circ$, а снаружи — точка G такая, что $\angle ABG = \angle DCG = 162^\circ$. Найдите величину угла FDG .
4. Яша, Юра и Эдик решили съездить на рыбалку на пруд, но оказалось, что их мотоцикл вмещает лишь двоих, включая водителя. Тогда Яша с Юрой поехали на мотоцикле, а Эдик пошёл пешком. Яша отвёз Юру до пруда, вернулся за Эдиком, и они поехали вместе. По пути Эдик заметил, что Яше не стоило довозить Юру до пруда, а надо было высадить Юру немного раньше. И если бы Яша высадил Юру так, что все трое друзей добрались бы до озера одновременно, то они сэкономили бы 12% времени. Скорости пешеходов постоянны и равны между собой, скорость мотоцикла постоянна и более чем в два раза больше скорости пешехода. Во сколько раз скорость мотоцикла больше скорости пешехода?
5. В стране 30 городов, некоторые города соединены между собой дорогами так, что из любого города можно добраться до любого другого (возможно, проезжая через другие города). Известно, что среди любых пяти городов найдутся хотя бы три дороги между этими городами. Докажите, что можно объехать 29 городов, не побывав ни в одном городе дважды.