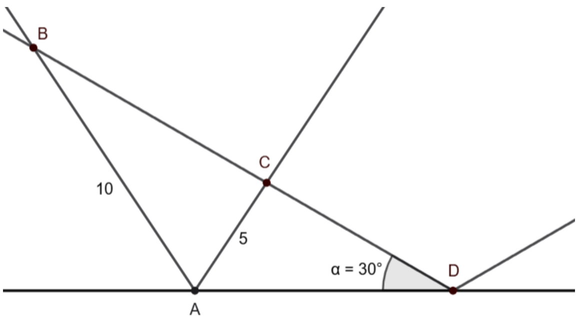
Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 14 декабря 2025 года
8 класс. Основная аудитория

1. Можно ли в восьмизначном числе 98765321 переставить некоторые цифры местами так, чтобы получившееся число при делении на каждую из его цифр давало разные остатки?

2. На столе для игры лежит n спичек. Юра, Миша и Шура по очереди берут спички, за один раз можно взять 1 или 2 спички. Игроки ходят по циклу в порядке: Юра, Миша, Шура, Юра и т.д., Юра ходит первым. Проигрывает тот, кто не может взять ни одной спички. Для любого ли $n \geqslant 20$ Миша и Шура могут договориться играть так, чтобы Юра проиграл?

3. На картинке изображены ось абсцисс и графики функций $|ax+b|$ и $|cx+d|$ для некоторых вещественных a, b, c, d. Оказалось, что $AB = 10$, $AC = 5$ и $\angle ADC = 30^\circ$. Найдите AD.



4. Различные ненулевые числа a, b, c удовлетворяют условию:

$$\begin{cases} (3a+2b)(3a+2c) = 100\left(a - \dfrac{1}{a}\right), \\ (3b+2a)(3b+2c) = 100\left(b - \dfrac{1}{b}\right), \\ (3c+2a)(3c+2b) = 100\left(c - \dfrac{1}{c}\right). \end{cases}$$

Чему может быть равно abc?

Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 14 декабря 2025 года
8 класс. Выводная аудитория

5. В зале находятся зритель с 16 карточками, пронумерованными числами от 1 до 16, фокусник с двумя карточками с номерами 17 и 18, и ассистент с четырьмя карточками с номерами 19, 20, 21 и 22. Зритель показывает две из своих карточек фокуснику, а затем одну из них — ассистенту. После этого фокусник показывает одну из своих карточек ассистенту, а затем ассистент показывает одну из своих карточек фокуснику. После этого фокусник должен угадать карту, которую зритель показал ассистенту. Могут ли фокусник и ассистент показать такой фокус?

6. Дан параллелограмм $ABCD$. Точки X и Y выбраны на отрезках BC и CD соответственно так, что $AX = AY$. Точки E и F выбраны на отрезках AY и AX соответственно так, что BE и DF параллельны XY Докажите, что $BE = DF$.

7. Пусть $p > 3$ — простое число. Пусть a и b натуральные взаимно простые числа. Оказалось, что

$$\left(\frac{1}{0!(p-2)!}\right)^2 + \left(\frac{1}{1!(p-3)!}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{1}{(p-3)!1!}\right)^2 + \left(\frac{1}{(p-2)!0!}\right)^2 = \frac{a}{b}.$$

Докажите, что a делится на p.