



Олимпиада
Юношеской математической школы



II тур, 14 декабря 2025 года
7 класс. Основная аудитория

1. Первоклассники, второклассники и третьеклассники делили мешок конфет. Первоклассники заметили, что конфет как раз хватит им ровно по три, а остальным по одной, второклассники — что идеально сойдется им по четыре конфеты, а остальным по одной, третьеклассники — что можно раздать им по семь конфет, а остальным по одной, и не останется лишних. Доказать, что завуч может раздать конфеты всем поровну.
2. 20 детей ходили в разведку по трое, причем ни разу бригада разведчиков в точности не повторилась. Политрук посчитал, что любые двое ребят выходили вместе на задание либо ровно 10 раз, либо ровно 18 раз (обе ситуации встречаются). Могло ли такое быть?
3. Числа от 1 до $2025!$ расставили по кругу лицом в круг. Рядом с каждым числом написали синим цветом, на сколько оно отличается от соседа справа, а красным - на сколько отличается от суммы соседей (оба раза вычитаемым было само это число). Оказалось, что все красные числа делятся на одно и то же $N > 1$. А сколько синих чисел делится на N ?
4. BH высота треугольника ABC , в котором $\angle A = 15^\circ$, $\angle C = 75^\circ$, HX — высота треугольника HBC . Внутри треугольника ABH нашлась точка P , а на отрезках AB , AH — точки Q , R такие, что $PR = BH$, отрезок PQ равен HX и параллелен BC , $\angle QPR = 105^\circ$. Найдите угол HPR .



Олимпиада
Юношеской математической школы



II тур, 14 декабря 2025 года
7 класс. Выводная аудитория

5. Назовем тройку различных натуральных чисел, не превосходящих 1000, толковой, если $(ab + c)(ac + b)(bc + a)$ — квадрат натурального числа. Что больше, количество толковых троек или 600000?
6. Есть карточки с числами от 1 до 22: 16 у зрителя, две у фокусника, четыре у ассистента. Зритель показывает две карточки фокуснику, потом одну из них — ассистенту. Фокусник показывает карточку ассистенту, а затем ассистент — фокуснику. После этого фокусник угадывает, какую карту зритель показал ассистенту. Как фокуснику и ассистенту показать такой фокус?
7. В компании каждый школьник дружит с четырьмя другими, все ребята разного возраста. Они перекидываются мячиком, мячик можно перекинуть старшему другу если получил от старшего и младшему, если получил от младшего (но нельзя возвращать мячик кинувшему). Докажите, что в этой компании можно организовать бесконечную игру.