



Олимпиада
Юношеской математической школы
1 отборочный тур
24 сентября 2023 года
8 класс



1. Дан четырехугольник $ABCD$, в котором $AC = BC$, $ADC = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle ACD$. Докажите, что на отрезке AB можно выбрать точку M так, что $ADCM$ будет прямоугольником.
2. Может ли старик Хоттабыч вместо a, b, c, d, e, f вписать в каком-то порядке 6 последовательных натуральных чисел в уравнения $y = a|x| + b$, $y = cx + d$, $|y| = ex + f$ так, чтобы существовала всего одна пара чисел (x, y) , которая является решением ровно каких-то двух уравнений и не существовало таких пар (x, y) , которые являются решением всех трех уравнений в совокупности?
3. На шахматной доске 8×8 Аладдин отметил клетки $a8$ и $b7$. Как джинну поставить на доску четырех ферзей на не отмеченные клетки, чтобы они держали под боем все остальные клетки доски, кроме отмеченных?
4. У взрослой гидры 3600 щупалец. Взрослую гидру можно разделить на две, у каждой должно быть ненулевое количество щупалец. Если гидра не взрослая, то у неё каждую секунду вырастает по щупальцу. У взрослой гидры щупальца не вырастают. Какое наибольшее количество взрослых гидр можно получить из одной взрослой особи за час?
5. Знайка взял натуральные числа a и b и выписал на первый лист все делители a , а на второй лист — все делители b . Оказалось, что на первом листе выписано 7 чисел, а в совокупности в двух списках Знайка выписал 10 различных чисел. Докажите, что $\text{НОД}(a, b)$ — точный квадрат.