

Олимпиада Юношеской математической школы Первый отборочный тур

Первый отборочный тур 15 сентября 2024 года 8 класс



- 1. Андрей выписал подряд все числа от 1 до n без пробелов: $123456789101112\dots$ При каком наименьшем n полученное число делится на все числа от 1 до 5?
- 2. Пять команд сыграли турнир по квиддичу: каждая команда сыграла с каждой ровно по одному разу. За проигрыш давали 0 очков, за ничью 2 очка, за победу 3 очка, а если победа была блестящей (являлась победа блестящей или обычной, определял лично Дамблдор), то команде присуждалось 4 очка. Четыре команды набрали 13, 9, 9 и 5 очков. Сколько очков набрала пятая команда?
- 3. Треугольник PQR таков, что $\angle Q=2\angle R$. В нём проведены биссектрисы PV и QU, пересекающиеся в точке I. На продолжении PQ за точку Q отмечена точка X, такая что QI=QX. Докажите, что прямая VX параллельна IQ.
- **4.** Некоторые натуральные числа от 1 до $10^{10000000}$ разбили на пары так, что большее число в каждой паре делится на меньшее. Докажите, что не менее 5% всех чисел остались без пары.
- **5.** В каждой клетке квадрата 8×8 стоит рыцарь или лжец. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Каждый из них сказал: «В клетках, соседних по стороне с моей, не менее двух лжецов!» Докажите, что рыцарей не более 42.