

Вступительная работа по алгебре и геометрии в 10м.

Блок-1. Геометрия. В зачет пойдут три лучшие задачи.

1. (1 балл) В окружность вписан параллелограмм. Докажите, что он является прямоугольником.
2. (2 балла) В окружность вписан шестиугольник. Найдите сумму углов при трех не соседних вершинах.
3. (4 балла) Найдите длину отрезка, соединяющего середины оснований трапеции, если сумма углов, прилегающих к одному из оснований равна 90° . Длины оснований известны и равны a и b .
4. (4 балла) В треугольнике медиана равна высоте, проведенной к другой его стороне. Найдите угол между ними.
5. (4 балла) Вершина параллелограмма и середины противоположных сторон образуют треугольник. Какую часть его площадь составляет от площади всего параллелограмма?
6. (6 баллов) Окружность касается двух сторон треугольника и двух его медиан, проведенных к этим сторонам. Докажите, что этот треугольник равнобедренный.

Блок-2. Профмат. В зачет пойдут три лучшие задачи.

1. (2 балла) При каком значении параметра a наименьшее значение функции $y = x^2 - 2x + a$ равно 6?
2. (2 балла) Два станка производят детали. Первый станок производит втрое больше деталей, нежели второй, но зато первый станок выдаёт 1% брака, а второй станок только 0, 5% брака. Найдите вероятность того, что наугад выбранная деталь окажется бракованной.
3. (4 балла) Изобразите множество точек удовлетворяющих выражению: $x^2 + 4y^2 - 4x - 4y - 4 = 0$
4. (6 баллов) Найдите явную формулу для a_n , $a_{n+2} = \frac{5a_{n+1} - a_n}{6}$,
 $a_1 = 5, a_2 = 2$

Блок-3. Тригонометрия

1. (2 балла) Решите уравнение $\sin x = \frac{1}{2}$
2. (4 балла) Докажите тождество $1 + \cos(3\pi + 3\alpha) \cos(2\alpha) - \cos(1.5\pi - 3\alpha) \sin(2\alpha) = 2 \sin^2(2.5\alpha)$
3. (6 баллов) Найдите $\alpha + \beta$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$, $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{3}$, $\alpha + \beta \in (\pi; 2\pi)$

Блок-4. Неравенства

1. (2 балла) Решите неравенство $x^2 + 4x - 21 \geq 0$
2. (4 балла) Решите неравенство $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x+2} \geq 2$
3. (6 баллов) Решите неравенство $\frac{x}{20-\sqrt{x}} < 10$

Блок-5. Уравнения

1. (2 балла) Решите уравнение $(x - 1)\sqrt{x^2 - x - 6} = 6x - 6$
2. (4 балла) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 7 \\ x^2y + xy^2 = -2 \end{cases}$$
3. (6 баллов) Решите уравнение $(x + 5)^4 - 13x^2(x + 5)^2 + 36x^4 = 0$