

Вступительная работа по алгебре и геометрии в 10м.

Блок-1. Геометрия. В зачет пойдут три лучшие задачи.

1. (1 балл) В окружность вписан ромб. Докажите, что он является квадратом.
2. (2 балла) В окружность вписан восьмиугольник. Найдите сумму углов при четырех не соседних вершинах.
3. (4 балла) Средняя линия трапеции равна 5, а отрезок, соединяющий середины оснований, равен 3. Углы при большем основании трапеции равны 30° и 60° . Найдите основания и меньшую боковую сторону трапеции.
4. (4 балла) В треугольнике медиана равна высоте, проведенной к другой его стороне. Найдите угол между ними.
5. (4 балла) Точку на стороне параллелограмма соединили с его противоположными вершинами. Какую часть площади параллелограмма составляет полученный треугольник?
6. (6 баллов) В треугольнике KLM известно, что $KL = 1$, $KM = 4$, $\angle K = 120^\circ$. Вписанная окружность треугольника касается стороны KM в точке P . Найдите длину KP .

Блок-2. Профмат. В зачет пойдут три лучшие задачи.

1. (2 балла) При каком значении параметра a наибольшее значение функции $y = -2x^2 + 4x - a$ равно 2?
2. (2 балла) Два станка производят детали. Первый станок производит вдвое больше деталей, нежели второй, но зато первый станок выдаёт 3% брака, а второй станок только 2% брака. Найдите вероятность того, что наугад выбранная деталь окажется бракованной.
3. (4 балла) Изобразите множество точек удовлетворяющих выражению: $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$
4. (6 баллов) Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

Блок-3. Тригонометрия

1. (2 балла) Решите уравнение $\sin 2x = \frac{1}{2}$
2. (4 балла) Докажите тождество $1 + \cos(3\pi + 3\alpha) \cos(2\alpha) - \cos(1.5\pi - 3\alpha) \sin(2\alpha) = 2 \sin^2(2.5\alpha)$
3. (6 баллов) Найдите $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$, если $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = p$, $\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta = q$.

Блок-4. Неравенства

1. (2 балла) Решите неравенство $x^2 - 2x - 8 \geq 0$
2. (4 балла) Решите неравенство $(3x^2 - 16x + 21)\sqrt{2x + 5} < 0$
3. (6 баллов) Решите неравенство $\frac{x}{x-3} + \frac{x-5}{x} < \frac{2x}{3-x}$

Блок-5. Уравнения

1. (2 балла) Решите уравнение $(x - 1)\sqrt{x^2 - x - 6} = 6x - 6$
2. (4 балла) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 2y - 2 = 0 \\ 2x^2 + y^2 + 2xy + x = 0 \end{cases}$$
3. (6 баллов) Решите уравнение $4x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 8x + 4 = 0$