



Задания для 4 класса

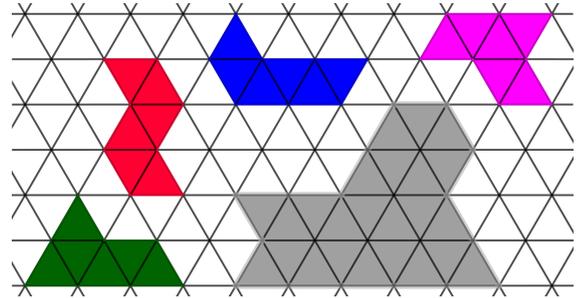
Не забывайте обосновывать свои решения!

1. В строчку выписаны подряд все числа от 1 до 10:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10.

Поставьте в этой строчке знаки арифметических действий $+$, $-$ и \times так, чтобы результат выполнения этих действий оказался равным 533. Скобки не допускаются.

2. Покажите, как наклеить четыре маленьких фигурки на большую фигурку, чтобы они закрыли её полностью.



3. В кучке было 1000 камешков. Первым ходом Саша добавил туда один камешек, а Петя забрал три камешка, потом Саша добавил пять камешков, а Петя забрал 7 камешков, и так далее. Сколько камешков оказалось в кучке, когда Саша сделал свой 100-й ход, а Петя ещё не успел ответить?

4. В баре находится 30 человек. Бармену известно, что среди них 10 рыцарей (они всегда говорят правду), 10 лжецов (они всегда лгут) и 10 дебоширов. Бармен может спросить человека X про человека Y : «Правда ли, что Y дебошир?». Если X не дебошир, то он отвечает на вопрос, а если дебошир, то он вышвырнет из бара Y в ответ. Бармену интересно узнать про посетителей, кто есть кто. Как ему это выяснить?

5. Трёхцветный флаг состоит из трёх горизонтальных полос, каждая из которых может быть белой, синей, красной, жёлтой, зелёной или чёрной, причём две соседних полосы не должны иметь одинаковый цвет. Сколько существует таких флагов, у которых верхняя полоса — не белая, средняя — не синяя, а нижняя — не красная? (Не забудьте объяснить свой ответ.)

6. Аистёнок, баклан, воробей и голубь решили взвеситься. Вес каждого из них оказался целым числом попугаев, причём общий вес всех четверых — 32 попугая. При этом

- воробей легче голубя;
- воробей с голубем легче баклана;
- аистёнок легче воробья с бакланом;
- голубь с бакланом легче, чем аистёнок с воробьём.

Кто сколько попугаев весит? (Найдите все возможные варианты и объясните, почему других вариантов быть не может.)

Оформление работы.

На обложке тонкой тетради крупно укажите номер класса, за который Вы пишете работу. На первой странице напишите печатными буквами: фамилию и имя, полный домашний адрес, почтовый индекс, телефон, класс, номер и район школы, в которой Вы учитесь. Если у Вас есть электронный адрес, укажите и его. Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи начинайте с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдать решения нужно одним из следующих способов:

- а) не позже 8 октября прислать работу через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>;
- б) с 1 по 8 октября в рабочие дни отдать тетрадь с решениями по адресу: Санкт-Петербург, 14 линия Васильевского острова, д. 29 (можно привезти сразу несколько работ или даже работы всей школы);
- в) до 8 октября отправить свою работу по почте (указав номер класса работы на конверте): 198504, Санкт-Петербург, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ.

Результаты проверки станут доступны на нашем сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

Желаем удачи!



Задания для 5 класса

Не забывайте обосновывать свои решения!

1. У Маши есть карточки с числами 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Одну из них она потеряла, а остальные выложила в виде квадрата 3×3 . Маша заметила, что сумма чисел в первой строчке квадрата делится на сумму чисел во второй строчке (и эти суммы не равны), а сумма чисел во второй строчке делится на сумму чисел в третьей (и эти суммы не равны). Нарисуйте, как могли располагаться числа в квадрате.
2. Вася сложил три различных двузначных слагаемых и понял, что сумма больше третьего слагаемого на 22, а первого — на 24. Найдите эту сумму.
3. На клетчатой плоскости кузнечик отправился в путешествие из своего дома. Он прыгнул на одну клетку, потом на две, повернулся направо, прыгнул на три, затем на четыре клетки, снова повернулся направо и т. д. (после каждых двух прыжков — один поворот направо, каждый следующий прыжок длиннее предыдущего на одну клетку). После тысячного прыжка он ещё раз повернулся (направо или налево), прыгнул, снова повернулся, снова прыгнул и оказался в первоначальной клетке. На сколько клеток он прыгал два последних раза?
4. При игре в «ню-напёрстки» под три стаканчика кладут три разных шарика, а потом стаканчики с шариками как-то меняют местами, чтобы ни один шарик не остался на своём месте. Изначально шарики лежали так: красный, синий, белый. Могут ли они после сотого раунда лежать в обратном порядке?
5. Андрюша написал равенство, а затем заменил в нём цифры буквами: одинаковые цифры — одинаковыми буквами, а разные — разными. У него получилось $ЗУХРА \times ХАРОН = АНАХРОНИЗМ$. Он утверждает, что любая цифра, записанная гласной, больше любой цифры, записанной согласной. Мог ли Андрюша нигде не ошибиться?
6. В баре находится 30 человек. Бармену известно, что среди них 10 рыцарей (они всегда говорят правду), 10 лжецов (они всегда лгут) и 10 дебоширов. Бармен может спросить человека X про человека Y : «Правда ли, что Y дебошир?». Если X не дебошир, то он отвечает на вопрос, а если дебошир, то он вышвырнет из бара Y в ответ. Бармен сам может выгнать из бара кого угодно, но его цель — избавиться от дебоширов и оставить в баре как можно больше мирных клиентов. Как ему следует поступать? Не забудьте доказать, что большее количество мирных клиентов он оставить не сможет.
7. В квадрате 100×100 провели 10 000 разрезов по линиям сетки (каждый разрез длиной в одну клетку), и он распался на 2500 четырёхклеточных фигурок. Сколько среди них квадратиков 2×2 ?

Оформление работы.

На обложке тонкой тетради крупно укажите номер класса, за который Вы пишете работу. На первой странице напишите печатными буквами: фамилию и имя, полный домашний адрес, почтовый индекс, телефон, класс, номер и район школы, в которой Вы учитесь. Если у Вас есть электронный адрес, укажите и его. Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи начинайте с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдать решения нужно одним из следующих способов:

- а) не позже 8 октября прислать работу через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>;
- б) с 1 по 8 октября в рабочие дни отдать тетрадь с решениями по адресу: Санкт-Петербург, 14 линия Васильевского острова, д. 29 (можно привезти сразу несколько работ или даже работы всей школы);
- в) до 8 октября отправить свою работу по почте (указав номер класса работы на конверте): 198504, Санкт-Петербург, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ.

Результаты проверки станут доступны на нашем сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

Желаем удачи!



Задания для 6 класса

Не забывайте обосновывать свои решения!

1. У Максима была число 4. Вот как-то раз он то ли прибавил к нему 1, то ли умножил на 1, затем к результату то ли прибавил 2, то ли умножил на 2, затем то ли прибавил 3, то ли умножил на 3, и т. д. Десятым действием он то ли прибавил 10, то ли умножил на 10 и получил 1000. Как такое могло произойти?
2. По кругу стоят десять стаканов с водой и берёзовым соком, внешне неразличимые (однако различающиеся на вкус). Известно, что берёзовый сок — в каких-то пяти стаканах подряд. Можно ли, пробуя жидкость из разных стаканов, гарантированно отыскать три нетронутых стакана с соком?
3. На автобусном маршруте всего четыре остановки — «Начальная», «Первая», «Финальная» и «Конечная». На первых двух остановках пассажиры только заходили, на остальных — только выходили. Оказалось, что на «Начальной» зашло 30 пассажиров, на «Конечной» вышло 14 пассажиров. На «Первой» зашло втрое меньше пассажиров, чем вышло на «Финальной». Каких пассажиров больше — едущих с «Начальной» на «Конечную», или едущих с «Первой» на «Финальную», и на сколько?
4. Барон Мюнхгаузен поставил по коню в некоторые клетки доски $N \times N$. Он утверждает, что никто не найдёт два разных квадрата 4×4 на этой доске (со сторонами, идущими по линиям сетки), в которых коней поровну. При каком наибольшем N его слова могут быть правдой?
5. Можно ли разбить числа от 1 до 80 на четвёрки так, чтобы в каждой четвёрке наибольшее число равнялось сумме трёх остальных?
6. У Пафосного Вовы есть Айфон XXX, а на Айфоне том — калькулятор с голосовыми командами: «Умножь число моё на два и двойку отними от результата», «Изволь на три моё число домножить, да потом ещё прибавь четыре» и, наконец, «Прибавь-ка семь к числишку моему!» Айфон в курсе, что изначально у Вовы было числишко 1. Сколько существует четырёхзначных чисел, которые теоретически Айфон XXX мог бы получить, покорно выполняя Вовины команды?
7. В отряде сто человек, у каждого по три друга в отряде. На дежурство требуется назначать по три человека, среди которых каждый дружит с каждым. 99 дней подряд удавалось назначать тройки дежурных, не повторяя их. Докажите, что это удастся и на сотый день.

Оформление работы.

На обложке тонкой тетради крупно укажите номер класса, за который Вы пишете работу. На первой странице напишите печатными буквами: фамилию и имя, полный домашний адрес, почтовый индекс, телефон, класс, номер и район школы, в которой Вы учитесь. Если у Вас есть электронный адрес, укажите и его. Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи начинайте с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдать решения нужно одним из следующих способов:

- а) не позже 8 октября прислать работу через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>;
- б) с 1 по 8 октября в рабочие дни отдать тетрадь с решениями по адресу: Санкт-Петербург, 14 линия Васильевского острова, д. 29 (можно привезти сразу несколько работ или даже работы всей школы);
- в) до 8 октября отправить свою работу по почте (указав номер класса работы на конверте): 198504, Санкт-Петербург, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ.

Результаты проверки станут доступны на нашем сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

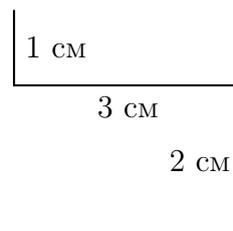
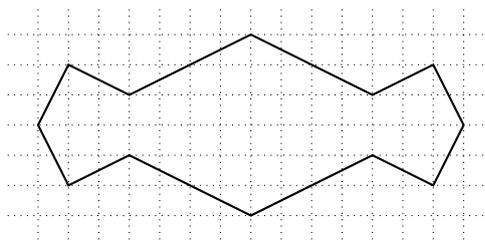
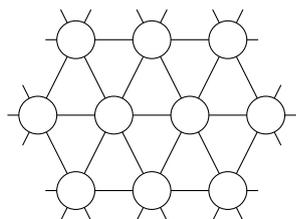
Желаем удачи!



Задания для 7 класса

Не забывайте обосновывать свои решения!

1. Вася выписал 20 последовательных натуральных чисел в некотором порядке. Докажите, что найдутся два числа, стоящих рядом, у которых совпадает хотя бы одна цифра.
2. В каждый кружочек записали число (см. картинку слева). Оказалось, что суммы чисел вдоль каждой прямой равны. Чему равна сумма чисел в табличке?
3. Разрежьте конфету, изображенную посередине, на 3 равные части.



4. На бумажке было написано огромное число. Максим порвал бумажку на клочки. На каждом клочке оказалось число от 1 до 100 500, причем каждое число встретилось по разу. Максим утверждает, что на бумажке была написана степень двойки. Докажите, что он что-то перепутал.
5. Из 16 одинаковых кусков проволоки (см. правый рисунок) нужно выложить замкнутый контур. Все звенья должны идти либо горизонтально, либо вертикально. Какую наибольшую площадь можно так ограничить?
6. В отряде сто человек, у каждого по три друга в отряде. На дежурство требуется назначать по три человека, среди которых каждый дружит с каждым. 99 дней подряд удавалось назначать тройки дежурных, не повторяя их. Докажите, что это удастся и на сотый день.
7. При каких $n \geq 5$ любую фигурку из $1 + 2 + 3 + \dots + n$ клеток можно разрезать по сторонам клеток на n фигурок попарно различной площади?
8. В туманном городе Лондоне ровно 10^{10} клубов, а в каждом клубе ровно 10 джентльменов. Вражеский шпион хочет похитить несколько джентльменов так, чтобы среди похищенных был хотя бы один член каждого клуба. Оказалось, что для любых двух клубов найдётся джентльмен, состоящий в них обоих. Докажите, что шпиону достаточно похитить 9 джентльменов.

Оформление работы.

На обложке тонкой тетради крупно укажите номер класса, за который Вы пишете работу. На первой странице напишите печатными буквами: фамилию и имя, полный домашний адрес, почтовый индекс, телефон, класс, номер и район школы, в которой Вы учитесь. Если у Вас есть электронный адрес, укажите и его. Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи начинайте с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдать решения нужно одним из следующих способов:

- а) не позже 8 октября прислать работу через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>;
- б) с 1 по 8 октября в рабочие дни отдать тетрадь с решениями по адресу: Санкт-Петербург, 14 линия Васильевского острова, д. 29 (можно привезти сразу несколько работ или даже работы всей школы);
- в) до 8 октября отправить свою работу по почте (указав номер класса работы на конверте): 198504, Санкт-Петербург, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ.

Результаты проверки станут доступны на нашем сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

Желаем удачи!



Задания для 8 класса

Не забывайте обосновывать свои решения!

1. Дан ряд из 13 чисел: $1_2_3_4_5_6_7_8_9_10_11_12_13$. Поставьте вместо каждого пропуска знак сложения или умножения так, чтобы получилось 2018.
2. Вася выписал 20 последовательных натуральных чисел в некотором порядке. Докажите, что найдутся два числа, стоящих рядом, у которых совпадает хотя бы одна цифра.
3. Можно ли разбить числа от 0 до 1000 на семёрки так, чтобы в каждой семёрке сумма каких-то двух чисел равнялась сумме пяти остальных?
4. Дорога между пунктами А и В состоит только из наклонных участков: иногда она идёт в гору (вверх), а иногда под гору (вниз). Никита идёт в гору со скоростью 3 км/ч, а под гору со скоростью 5 км/ч. Первую половину пути из А в В он прошёл за 32 минуты, а вторую половину — за 37 минут. Возвращаясь из В в А, он преодолел первую половину пути за 36 минут. Сколько времени ему потребуется на вторую половину?
5. Даны три натуральных числа, одно из которых равно наибольшему общему делителю двух других. Антон заменил цифры в десятичной записи этих чисел буквами, причём одинаковые цифры заменил одинаковыми буквами, разные — разными. В результате числа приняли вид МИМИМИ, ФЫРФЫР и ЛИСА. Какое наименьшее значение могло быть у числа ЛИСА?
6. $ABCDE$ и $BEFGH$ — правильные пятиугольники на плоскости. (Правильный пятиугольник — это такой, у которого все стороны равны, а каждый угол равен 108° .)
 - а) Найдите величину угла CFD .
 - б) Докажите, что к восьми упомянутым в условии точкам можно добавить ещё восемь так, чтобы полученные 16 точек служили вершинами шести правильных пятиугольников.
7. Какое наименьшее количество Т-тетрамино (фигурок, изображенных на рисунке) можно вырезать из шахматной доски так, чтобы больше ни одного Т-тетрамино вырезать было нельзя? Фигурки можно поворачивать.



Оформление работы.

На обложке тонкой тетради крупно укажите номер класса, за который Вы пишете работу. На первой странице напишите печатными буквами: фамилию и имя, полный домашний адрес, почтовый индекс, телефон, класс, номер и район школы, в которой Вы учитесь. Если у Вас есть электронный адрес, укажите и его. Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи начинайте с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдать решения нужно одним из следующих способов:

- а) не позже 8 октября прислать работу через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>;
- б) с 1 по 8 октября в рабочие дни отдать тетрадь с решениями по адресу: Санкт-Петербург, 14 линия Васильевского острова, д. 29 (можно привезти сразу несколько работ или даже работы всей школы);
- в) до 8 октября отправить свою работу по почте (указав номер класса работы на конверте): 198504, Санкт-Петербург, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ.

Результаты проверки станут доступны на нашем сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

Желаем удачи!