



Фиксация санитарных выходов:

1 выход:		возвращение:	
2 выход:		возвращение:	
3 выход:		возвращение:	
4 выход:		возвращение:	
5 выход:		возвращение:	

Время окончания: 15.20

Всего листов: 7

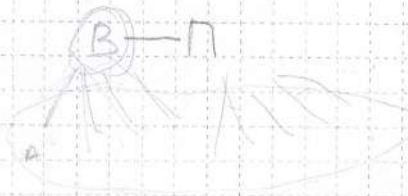
$$n \leq n! - 4^n \leq 4n$$

$$n \geq 10$$

$$1 \leq (n-1)! - \frac{4^n}{n} \leq 4$$

$$n + 4^n \leq n \cdot \leq 4(n + 4^{n-1})$$

При $n \geq 10$
 98-кл. троглодиты
 к членам троглодитов



$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

8 ч 1

√

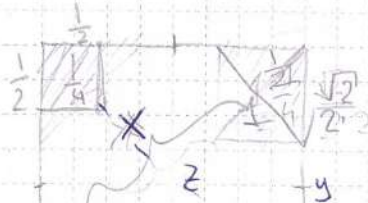
$$2\sqrt{2} - 2 \triangleright 1$$

$$2\sqrt{2} \triangleright 3$$

$$\sqrt{2} \triangleright 2 - \sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} \triangleright 2$$

$$2\sqrt{2} - 2 \triangleright 1$$



$$x = 2\sqrt{2} - 2$$

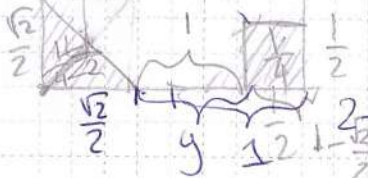
$$2\sqrt{2} - 2 \triangleright 1$$

$$2\sqrt{2} \triangleright 3$$

$$8 \triangleright 9$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 + 2 = -3$$

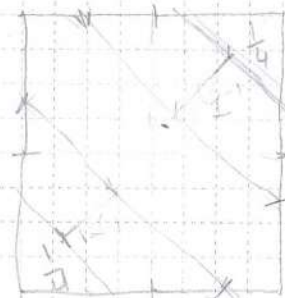


y =

$$z = 2\sqrt{2} - 1 - x = 1$$

$$2 - \sqrt{2} \triangleright 1$$

$$1 \triangleright \sqrt{2}$$



$$2\sqrt{2} - 2x = 2$$

$$\sqrt{2} - x = 1$$

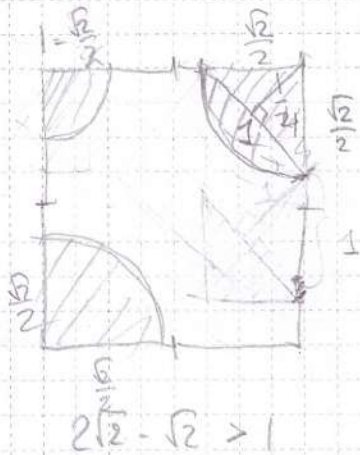
$$x = \sqrt{2} - 1$$

$$y = 2 - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \vee \quad 1 \quad (y > 1)$$

$$1 \quad \vee \quad \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2 \quad \vee \quad 1 + \sqrt{2}$$

$$1 \quad \vee \quad \sqrt{2}$$



$$\frac{\pi r^2}{4} = \frac{\pi \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{4} = \frac{\pi}{8}$$

$$2 - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) =$$

$$2 - \sqrt{2} \quad \vee \quad 1$$

$$1 \quad \vee \quad \sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} - \sqrt{2} > 1$$

$$\frac{\pi}{4}$$

$$\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 =$$

$$= 1 + \frac{1}{2} - \sqrt{2} =$$

$$= \frac{3}{2} - \sqrt{2}$$

$$\frac{2\pi \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi \left(1 + \frac{1}{2} - \sqrt{2}\right)}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{\pi (4 - 2\sqrt{2})}{4} = \frac{\pi (2 - \sqrt{2})}{2} \quad \vee \quad 1 \dots$$

$$2\sqrt{2}$$

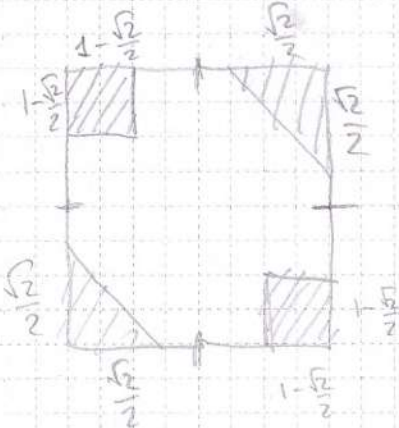
$$\pi (2 - \sqrt{2}) < 4$$

$$2\sqrt{2} < 1$$

$$2 < \sqrt{2}$$

$$2 - \sqrt{2} < \frac{4}{\pi} > 1$$

$$2 - \frac{4}{\pi} \quad \vee \quad \sqrt{2}$$



$$3 - 2\sqrt{2} + x = 1$$

$$4 + \frac{16}{\pi^2} - \frac{16}{\pi} \quad \vee \quad 2$$

$$x = 2\sqrt{2} - 2$$

$$2 \quad \vee \quad \frac{16}{\pi} - \frac{16}{\pi^2}$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\right) \cdot 2 =$$

$$= \frac{1}{2} + 3 - 2\sqrt{2} \quad \vee \quad 1$$

$$1 \quad \vee \quad \frac{8}{\pi} - \frac{8}{\pi^2}$$

$$\pi^2 \quad \vee \quad 8\pi - 8$$

$$\pi^2 - 8\pi + 8 \quad \vee \quad 0$$

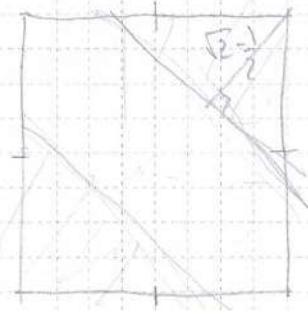
$$25 \quad \vee \quad 32$$

$$2 + \frac{1}{2} \quad \vee \quad 2\sqrt{2}$$

$$5 \quad \vee \quad 4\sqrt{2}$$

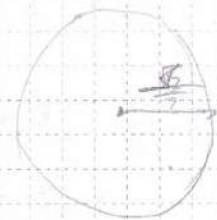
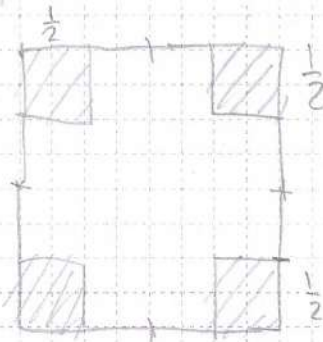
$$\frac{D}{4} = 16 - 8 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

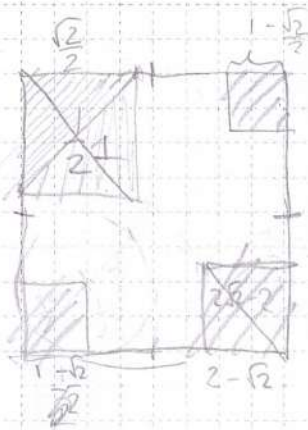


$$\frac{2\sqrt{2}-1}{2} = \sqrt{2} - \frac{1}{2}$$

$$2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$



$\frac{\pi}{4}$



$$2\sqrt{2} - 1 - x = 1$$

$$2\sqrt{2} - 2 = x$$

$$2\sqrt{2} - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{2} \rightarrow 1 \quad | \cdot 2$$

$$4\sqrt{2} - \sqrt{2} - 1 \neq 2$$

$$3\sqrt{2} \neq 3$$

$$2\sqrt{2} - \sqrt{2} - 1 \neq 1 \quad \sqrt{2} \neq 1$$

$$\sqrt{2} \neq 1$$

$$3 \neq \frac{3}{2} \sqrt{2} \neq 1$$

$$2 - \sqrt{2} + x - \frac{\sqrt{2}}{2} \neq 1$$

$$2 \neq \frac{3}{2} \sqrt{2}$$

$$4 \neq 3\sqrt{2}$$

$$16 \neq 18$$

$$(2 - \sqrt{2})^2 + \left(\frac{2 - \sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot 2 + \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{3(2 - \sqrt{2})^2}{2} + \frac{1}{2} \neq 1$$

$$3(2 - \sqrt{2})^2 \neq \frac{1}{2}$$

$$4 - 4\sqrt{2} + 2 \neq \frac{1}{3}$$

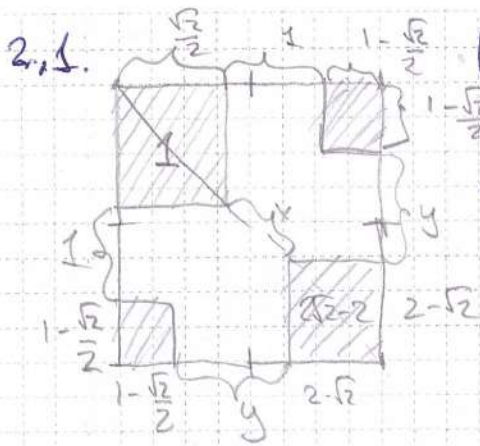
$$6 - 4\sqrt{2} \neq \frac{1}{3}$$

$$\frac{17}{3} \neq 4\sqrt{2}$$

$$17 \neq 2\sqrt{2}$$

$$289 \neq 44.2$$

$$289 \neq 288$$



Пример:

$$S = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (2 - \sqrt{2})^2$$

$$= \frac{1}{2} + \left(1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) + 2 + (4 - 4\sqrt{2} + 2)$$

$$= \frac{1}{2} + 2 + 1 - 2\sqrt{2} + 6 - 4\sqrt{2} =$$

$$= 9 \cdot \frac{1}{2} - 6\sqrt{2} > 1 \quad \checkmark$$

$S > 1$

$$\frac{19}{2} - 6\sqrt{2} > 1$$

$$\frac{17}{2} > 6\sqrt{2}$$

$$17 > 12\sqrt{2}$$

$$289 > 288$$

$$x = 2\sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 1 \quad \checkmark$$

$$y = 2 - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 + \sqrt{2} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 > 1 \quad \checkmark$$

$$y > 1$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{2} - 1 > 1$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{2} > 2$$

$$3\sqrt{2} > 4$$

18 > 16

3.1. $n \leq n! - 4^n \leq 4n$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 63 \\ \hline 1350 \end{array}$$

$1350 \cdot n \geq 10$

$$\begin{array}{r} 4096 \\ + 2048 \\ \hline 4096 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 63 \\ \hline 1675 \\ + 1350 \\ \hline 14175 \end{array}$$

~~10 · 9 · 8 · 7 · 6 · 5 · 4 · 3 · 2 · 1~~ $\geq 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$
 какой-то момент

$10! \geq 4^{10}$

$$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \geq 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 7 \\ \hline 567 \\ \times 25 \\ \hline 16675 \end{array}$$

$n \leq n! - 4^n \leq 4n \quad n \geq 10$
 Если $n=10!$ $10 \leq 10! - 4^{10} \leq 40$

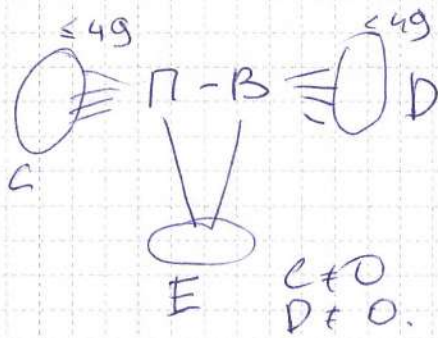
$$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2^2} \cdot \underline{5} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{7} \cdot \underline{2^3} \cdot \underline{3^2} \cdot \underline{5} \cdot \underline{2} =$$

$$= 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$2^{20} = 2^8 \cdot 2^{12} = 4096 \cdot 2^8$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 81 \\ \hline 6561 \\ + 16675 \\ \hline 17614 \end{array}$$

$$2^{20} = 2^8 \cdot (14175 - 4096) > 40$$



C знает только Петю
 D знает только Васю
 E знает и Петю, и Васю.

Если в C и D будет ~~бюджет~~ ≥ 50 ~~нект.~~ \Rightarrow кол-во ~~наполн.~~ ^{проглотитов} $\ge 102 \times 3 \Rightarrow$
 \Rightarrow в каком-то из мн. C или D $\le 50 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 49 \geq$ проглотитов. Рассмотрим его.
 Без отр. обм. - C.

Промульцием создаст от 1 \rightarrow k.
 Добавим $\{$ в наше множество и Васю. - Шаг далее делаем так: $\forall i$
 i шаг: Если i -й создатель знает кого-то из нашего множества - добави его туда, иначе нет. После k шагов у нас получится странное сообщество, $\Rightarrow \le 49 + 1 \neq 50!$

Если $C \neq 0$ и $D = 0$:



либо C либо E ≤ 49
 Если E - аналогично пред.
 Если E: Если в C

~~все знают друг друга - аналогично пред.~~
~~Если нет.~~ Однои. множество П.

$E \neq \emptyset; \beta \neq \emptyset$ - мн. мп.

$C \neq \emptyset; D \neq \emptyset$ - множество β Π .

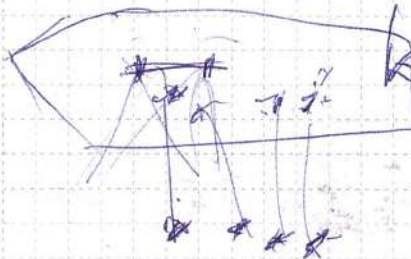
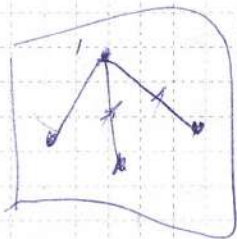
A, B, C, D.



← так их нет.
~~или вот так 3!~~
 Нет!



Ищем общ. мн. размера k.



Критер. Сум
 Можно
 найти стр.
 общ. $\leq k$.

$n \leq n', -4^n \leq 4n$

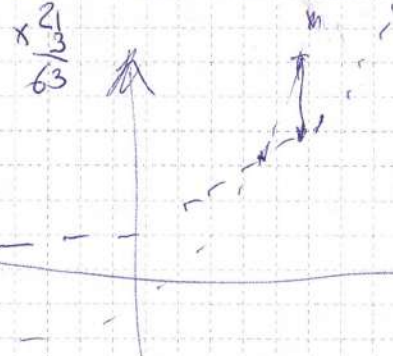
$n \geq 10$

$16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4^{16}$

3.1

$2^{32} = 2^{20} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 4 = 1024^3 \cdot 4$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 225 \\ \hline 63 \\ + 675 \\ \hline 1350 \\ \hline 14175 \\ \hline 14175 \\ - 4096 \\ \hline \end{array}$$



$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =$
 $= 5 \cdot 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 3 =$
 $= 5^2 \cdot 3^4 \cdot 2^8 \cdot 7$

$2^{20} = 2^8 \cdot 2^{12} = 1024 \cdot 4 \cdot 2^8 =$
 $= 2^8 \cdot 4096$

$10 \leq 2^8 \cdot (14175 - 4096) \leq 40$

$40 \leq 11 \leq 2^8 \cdot (14175 \cdot 11 - 4 \cdot 4096) \leq 44$

Пусть $n = 2^k$
 $2^k \leq 2^k! - 2^{k+1} \leq 2^{k+2}$

$2^k \rightarrow \max$
 вхож. степ.
 2-ки
 в $n!$

$n \leq n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 4 \leq 4n$

Пусть k - решение минимальное

$n \leq 2^k \cdot p - 2^{2n} \leq 4n$

Тогда:
 $k! \leq 4^k + 4k$

$n! - 4n - 4^n = n((n-1)! - 4) - 4^n \leq 0$

$n! - 4n \leq 4^n \times \frac{1024}{16}$

$\begin{matrix} \times 720 \\ 5040 \\ \hline 40320 \end{matrix}$

$n! \leq 4^n + 4n$

40320

$40320 = 16 \cdot 1024$

$n! \leq 4(4^{n-1} + n)$

1024 \cdot 64

$n + 4^n \leq n!$

$n! \geq 4^n + n$

$n=16$
 $16! \leq 4^{16} + 4 \cdot 16$

Если $n \neq 4k$

$n=6 \Rightarrow 720 \geq 4^6 + 6$

$(4k)! \geq 4^{4k} + 4k$

$n=7 \Rightarrow 720 \cdot 7 \geq 4^7 + 7$

$k \cdot (4k-1)! \geq 4^{4k-1} + k$

$n=8 \Rightarrow 40320 \geq 4^8 + 8$

$(n+1)! \geq 4^n(n+1) + (n+1)n - 4^n$

$n=9 \Rightarrow 362880 \geq 4^9 + 9$

$(n+1)! \geq 4^n \cdot 4 + n + 1 = 4^n + n + 4$

$n \geq 10$

$n! \leq 4^n + 4n$

Пусть $n \rightarrow \min$ решение

$n \cdot (n-1)! \geq 4^{n-1} + 4n^2 - 4n$

$n((n-1)! - 4) \leq 4^n$

$n! > n \cdot 4^{n-1} + 4n^2 - 4n >$

$n(n-1)! > (4^{n-1} + 4(n-1)) \cdot n = (n-1)! \leq \frac{4^n}{n} + 4$

$> 4^n + 4n(n-1) >$

$= n \cdot 4^{n-1} + 4(n-1)n = n \cdot 4^{n-1} + 4n(n-1) >$

$> 4^n + 4n$

$> 4^n + 4n(n-1) > 4^n + 4n$

???

Пусть $k \rightarrow \min$ под. переменной.
 $4^k + k \leq k! \leq 4k + 4^k$

Так как $n \geq 10 \Rightarrow$
 $\Rightarrow k! > 4^k$
 (возр. скорость)

Тогда для $k-1$ это неверно.

$$4^{k-1} + k-1 > (k-1)!$$

~~$$(k-1)! \geq 4(k-1) + 4^{k-1}$$~~

$$k \cdot 4^{k-1} + k^2 > k!$$

$$k! \geq 4k(k-1) + 4^{k-1} \cdot k > 4k + 4^k \geq k! \quad \times$$

$$k! < k^2 + k \cdot 4^{k-1}$$

$$k + 4^k \leq k!$$

$$4^k + k \leq k! < (k-1)k + 4^{k-1}$$

$$4^k + k \leq k^2 - k + 4^{k-1} \cdot k$$

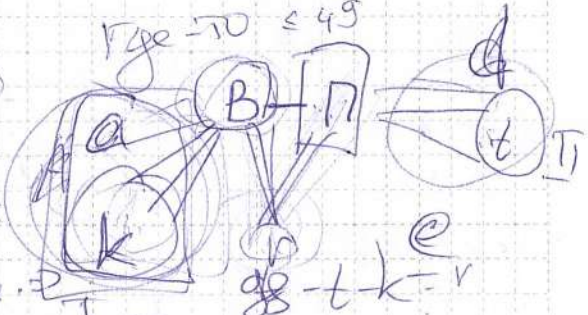
$$(4-k) \cdot 4^{k-1} < k^2 - k = k(k-2)$$

Корень $r=0$

B и Π

$r_{\text{гг}} = 10 \leq 49$

~~B и Π~~
 не годятся.

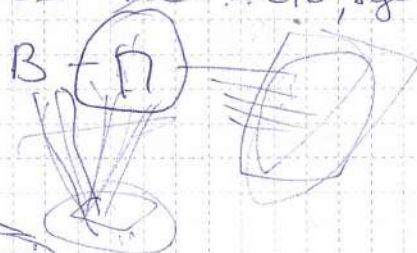
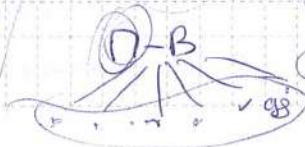
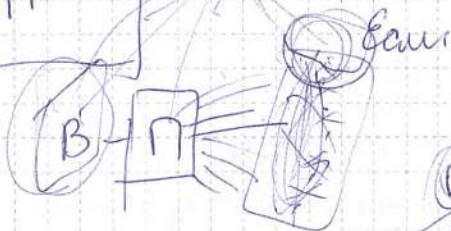
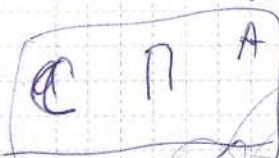


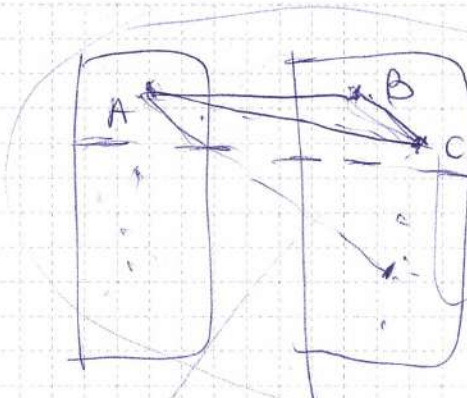
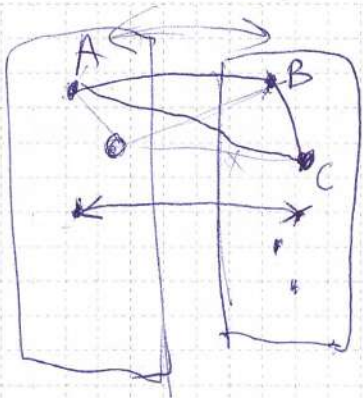
Если во всех 3х

группах $\Rightarrow 50$ человек

\Rightarrow их всего больше Π

$100 \Rightarrow$ не есть, $r_{\text{гг}} < 50$

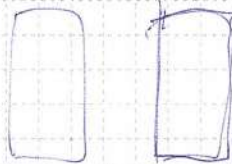




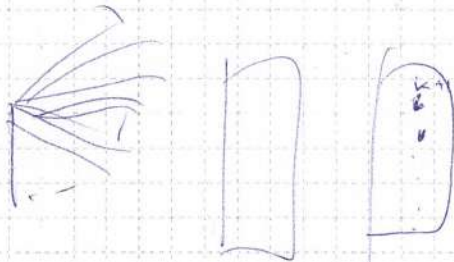
Если А знает В, но не знает С → изменить А и В.

Если А знает В и С.

Если $k=1$:

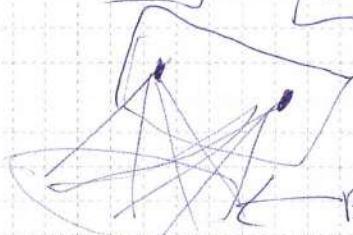
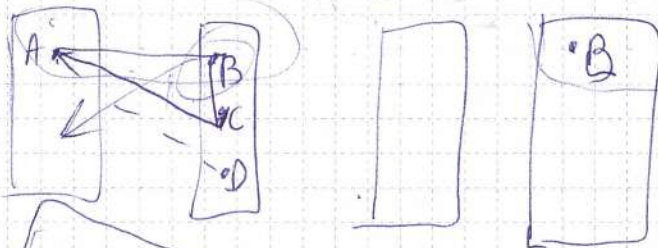


Если для $n=k$ работает, то для $n=k+1$ докажем ($k < 99$).



Намши обобщаемое им. размера $k+1$.

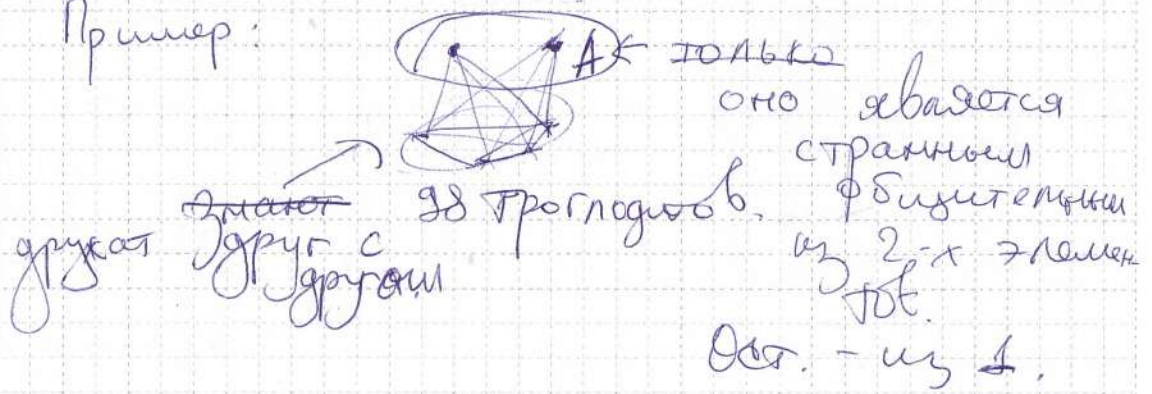
Если есть тот, кого все знают — то это общ. личность. Если есть кто знает только В, иначе...



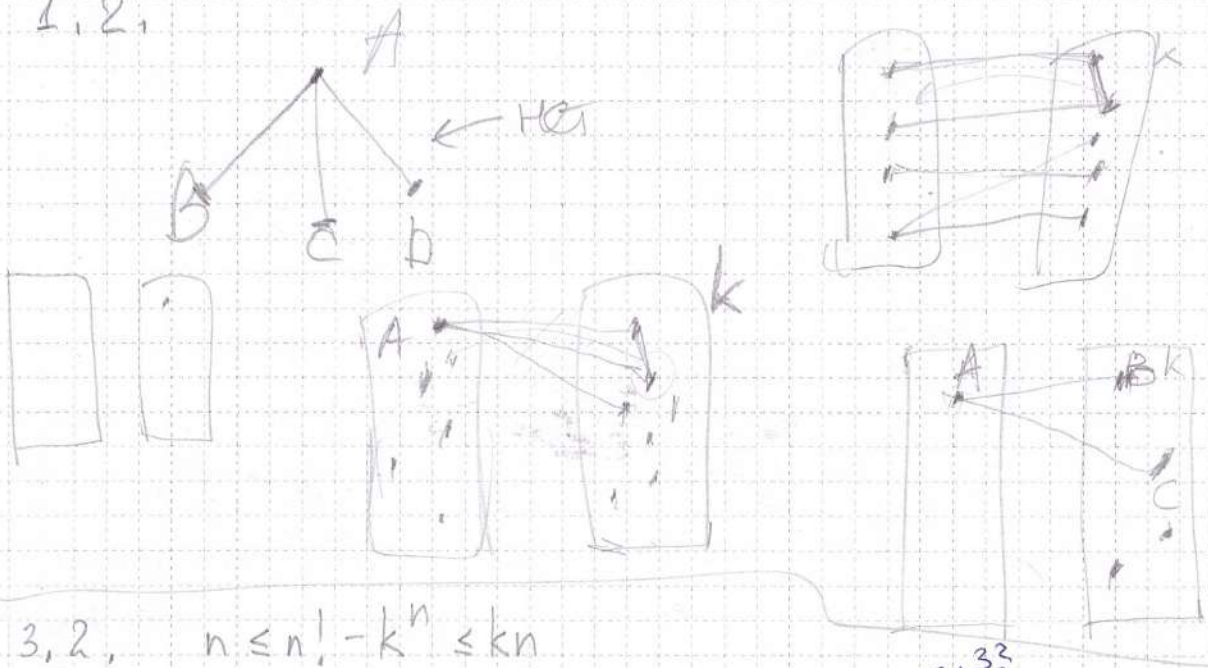
Все друг друга знают.

98 Прогноз

1.3. Пример:



1.2.



3.2, $n \leq n! - k^n \leq kn$

$10 \leq 10! - k^{10} \leq 10k$

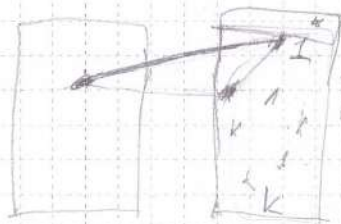
$10 \leq 2^8 \cdot 14175 - k^{20} \leq 10k$

$10 \leq 3628800 - k^{10} \leq 10k$

$10 \leq 3628800 - 6^{10} \leq 10k6$

$2^8 (14175 - 3^8 \cdot 4)$

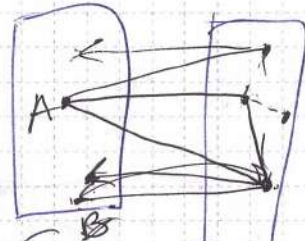
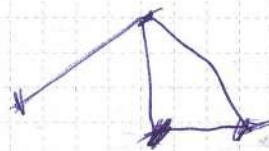
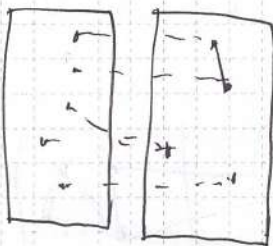
$$\begin{array}{r}
 2193 \\
 \times 14175 \\
 \hline
 256 \\
 + 85050 \\
 70875 \\
 28350 \\
 \hline
 3628800
 \end{array}$$



Если есть человек, которого никто не знает, то он во мн k

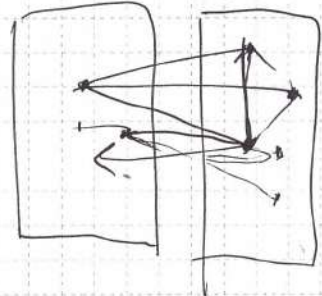
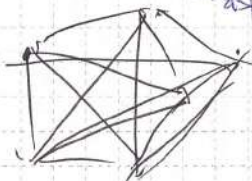
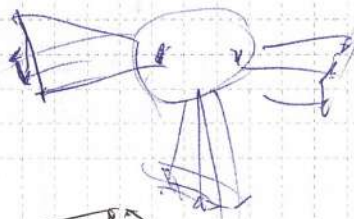
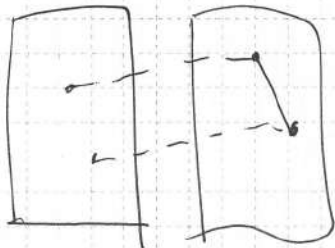
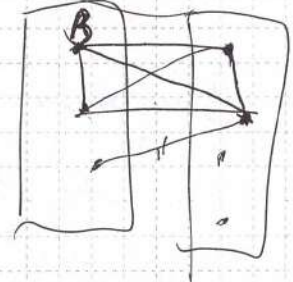
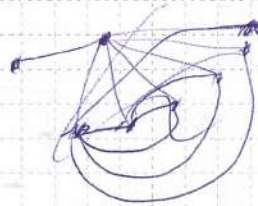
Забудем про него \rightarrow применим предп. индукции \rightarrow добавим в стр. бу, мн \rightarrow ИТД
 Если такого человека нет, то тогда!

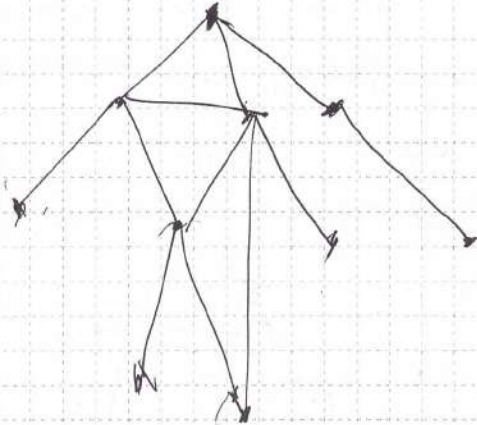
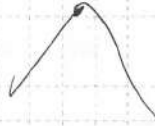
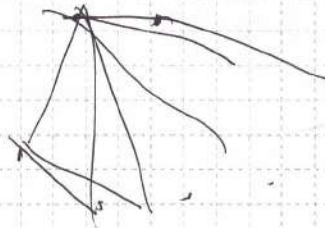
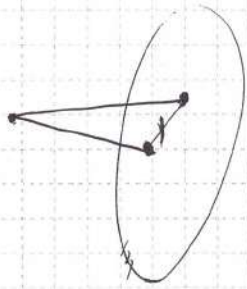
Промыш. от 1 до k . Если есть те, кто знают только 1 солдата \Rightarrow оставим его.



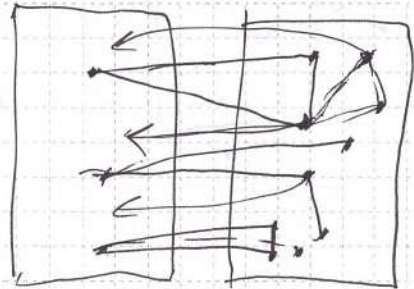
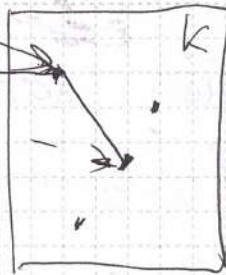
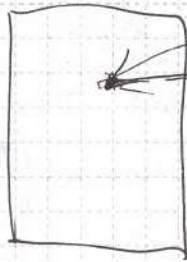
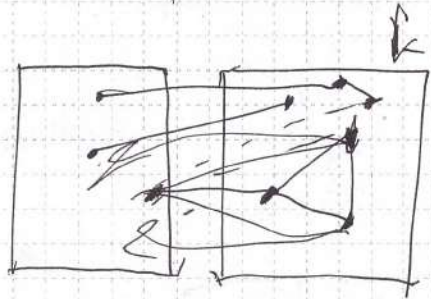
A, знает хотя бы 3-х. \leftarrow проделаю до тех пор, пока: Если есть такой A знает нет, то 2 мн 1.

База $k=2$:

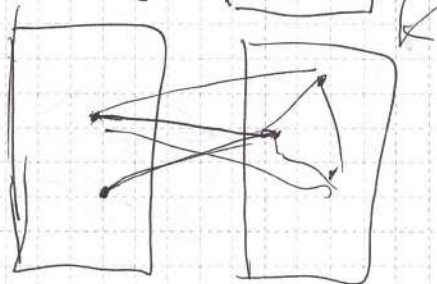
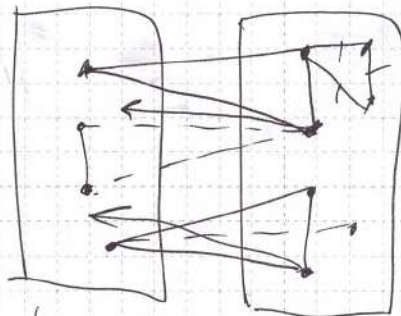




1.2.



Убираем циклы
 \Rightarrow убираем
 1, 2-ки



$$3.1.12 \leq 2^8 (14175 \cdot 11 \cdot 12 - 16 \cdot 4096) \leq 4 \cdot 12$$

$$13 \leq 2^8 (14175 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 - 64 \cdot 4096) \leq 4 \cdot 13$$

$$\times \begin{array}{r} 14175 \\ \hline 16 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 13 \\ \hline 36 \\ + 156 \\ \hline 192 \\ \hline 156 \\ \hline 1716 \end{array}$$

$$(11 \cdot 12 \cdot 13 - 64) (14175 - 4096) +$$

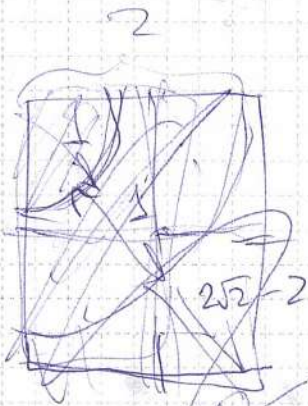
$$14 \leq 2^8 \cdot (14175 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 - 4096 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4) \leq 4 \cdot 14$$

Матр решение!!! "Большой разрыв" в 8

3.2. $n \leq n! - k^n \leq kn$

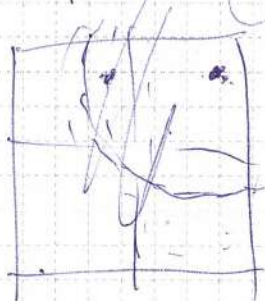
$$2^8 \cdot (14175 \cdot \frac{10!}{10!} - 4^{56}) \leq 4 \cdot 64$$

2.2.

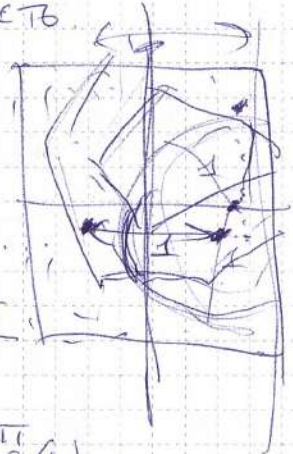


От обратного
Если $S(A) > 2 \Rightarrow$
На обеих половинках
что-то есть.

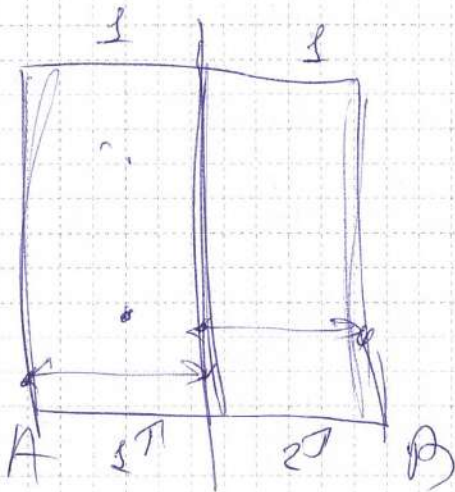
$$\frac{\pi}{4} + (4 - \pi) = 4 - \frac{3\pi}{4} > 2$$



$$2 < \frac{3\pi}{4} < 8 < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow S(A) \leq 2$$



2.2



Предп. что $S(A) > 2$.
Рассмотрим точки на левой части.

Если есть

и поставим её

в пару точки

с расстоян. ϵ

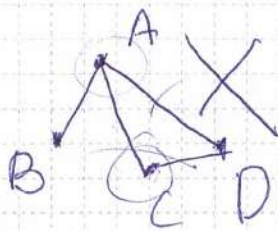
от неё пар.

основ. АВ

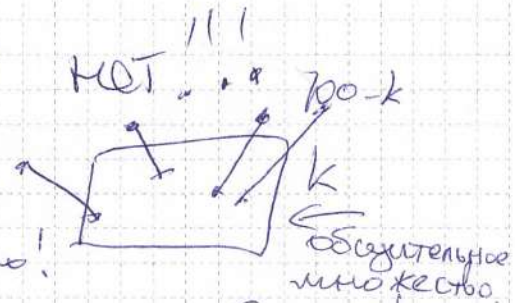
Если $S(A) > 2 \Rightarrow$

По условию, только 1 точка может быть закрашена \Rightarrow ровно половина точек (или меньше) будет закрашена \Rightarrow

$\Rightarrow S(A) = 2 \Rightarrow$ противоречие.

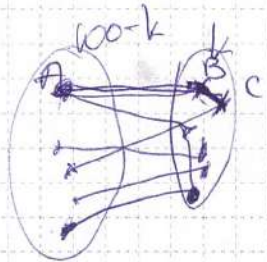


← Такого нет!!!

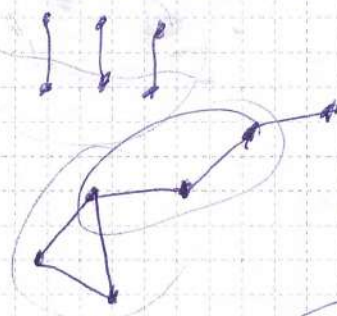


не более k -

- стр. общ. множеств + во.



возможно!



Сможет найти.

$\frac{k}{2}$

