

1. Назовем число несчастливым, если любые две его цифры подряд образуют двузначное число, кратное 13. Сколько существует стозначных несчастливых чисел?

2. Натуральные числа a, b, c, d таковы, что

$$\begin{aligned}a + b &: 2, & a + c &: 3, & a + d &: 4, \\ b + c &: 5, & b + d &: 6, & c + d &: 7.\end{aligned}$$

Какова минимальная сумма этих чисел?

3. 2018^2 монеток выложили квадратом 2018×2018 . Петя выбирает какую-нибудь монетку, записывает, сколько монеток лежит с ней в одной строке или одном столбце (считая её саму) и выкидывает её. Он делает так, пока монетки не закончатся. Чему может быть равна сумма записанных им чисел в конце?

4. Вася нарисовал клетчатую фигурку. Оказалось, что её можно разрезать на квадратики 2×2 , а можно разрезать на зигзаги из 4 клеток. Сколько клеток может быть в Васиной фигурке?

5. На доске 3×99 в центральной клетке стоит фишка. К доске подходят Магнус и Сергей и по очереди начинают двигать фишку на одну или две клетки по вертикали или по горизонтали. Запрещается останавливать фишку в клетке, где она уже была. Проигрывает тот, кто не может походить. Кто выиграет при правильной игре, если начинает Магнус?

6. В целях конспирации Организация посылает на разведку не одного агента, а нескольких: первый узнаёт информацию, передает её второму, тот — третьему и т. д. до последнего, который уже сообщает информацию в главный штаб. Разумеется, соседние агенты в такой цепочке должны быть знакомы друг с другом. Сейчас в Организации работают 2000 агентов. Какое наибольшее количество пар незнакомых может быть среди них, если на дело может пойти любая группа из 400 агентов?

7. Некто сложил несколько первых натуральных чисел и с постыдным удовлетворением отметил, что получилась сумма двух одинаковых степеней двойки и тройки. Мог ли он быть прав?