



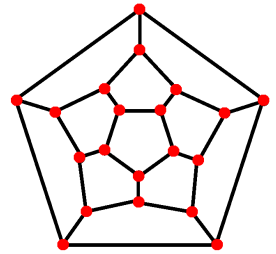
Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 22 декабря 2019 года
7 класс. Основная аудитория



1. Вася составил из шести различных цифр два трехзначных числа, в сумме дающих 533. Чему может быть равна сумма исходных цифр?

2. Есть 90 красных, 97 синих и 77 зелёных гирек. Красные гири по 90 г, синие — по 97 г, зелёные — по 77 г. Известно, что среди гирек есть фальшивая, которая весит меньше заявленного веса. Как найти цвет этой гири за два взвешивания на чашечных весах без гирь?

3. Страна Додекаэдриа имеет 20 городов и 30 авиалиний между ними. Карта авиалиний Додекаэдриа показана на рисунке. В одном из городов находится Фантомас, которого хочет изловить полиция. Каждый день Фантомас перелетает в другой город, используя ровно одну авиалинию. Каждый вечер полиция становится известно, в каком городе находится Фантомас. За ночь полиция совместно с авиакомпанией закрывают одну авиалинию между какими-то двумя городами, но взамен они должны открыть новое авиасообщение между какими-нибудь городами, между которыми авиалинии на данный момент нет (возможно, она была закрыта ранее). Фантомас попадает, если утром не может никуда перелететь. Сможет ли полиция поймать Фантомаса?



4. На доске нарисован прямоугольник, он разрезан на 4 прямоугольничка поменьше с помощью двух прямолинейных разрезов. Если к доске подойдёт Андрюша, то он назовёт площадь каждого из меньших прямоугольников (в некотором случайном порядке), а если его брат-близнец Кирюша — то он назовёт периметры. Кто-то из братьев подошел к доске, и по названным им четырём числам оказалось невозможно понять (не глядя на доску), кто из них подошёл. Могут ли все эти числа быть различными?



Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 22 декабря 2019 года
7 класс. Выводная аудитория



5. Число 2401 равно четвёртой степени суммы своих цифр:

$$(2 + 4 + 0 + 1)^4 = 2401.$$

Докажите, что существует лишь конечное число натуральных чисел, обладающих таким же свойством.

6. Есть полоска из 101 клетки, по ней может ходить фишка: на любое чётное число клеток вперёд, и на любое нечётное — назад. Вася и Петя хотят обойти своими фишками все клетки доски по разу: Вася — начиная с первой клетки, а Петя — начиная со пятидесятой. У кого больше способов это сделать?

7. Каждая клетка доски 10×10 покрашена в чёрный или белый цвет. Говорят, что клетка *не в своей тарелке*, если у неё хотя бы семь соседей не такого цвета, как она сама. (Соседями называются клетки, у которых есть общая сторона или общий угол.) Какое наибольшее количество белых клеток на доске одновременно могут быть не в своей тарелке?