



Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 18 декабря 2023 года
7 класс. Основная аудитория



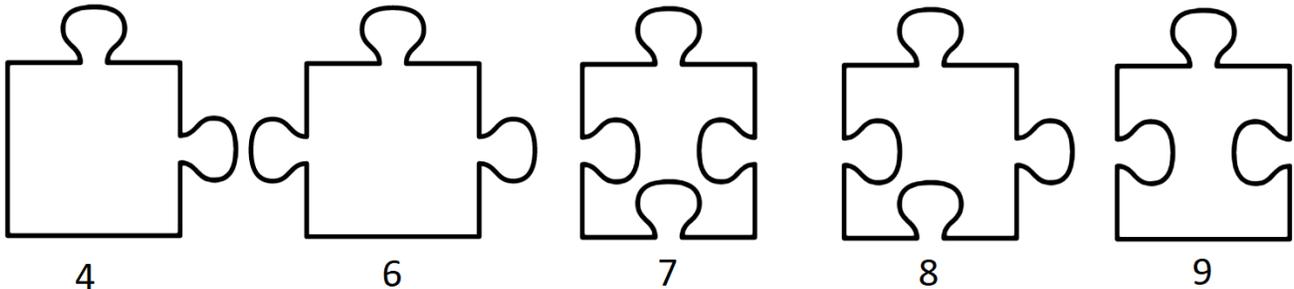
1. Заяц и Волк вышли на круглую беговую дорожку и одновременно из одной точки побежали в разные стороны. За час Волк сделал ровно 20 кругов и финишировал в точке старта. В тот же момент и Заяц добежал до старта, причем это была его 25 встреча с Волком. Сколько раз за час встретились бы Волк и Заяц, если бы они побежали в одну сторону? Встречи считаются без учёта стартового момента.

2. Азл собирал пазл.

Но он как-то растерялся, и кусочек потерялся!

На рисунке приведён остальных кусков расклад.

Какой формы может быть потерявшийся гад?



Известно, что Азл собирал прямоугольный пазл. Все детальки на местах стыка должны сцепляться друг с другом.

3. По кругу стоят, чередуясь, зайки с котиками, по $n > 10$ штук каждого вида. Тот, кто сейчас заяка, умеет превращать своих соседей (заяк в котиков, котиков в зайек), но может это делать лишь с обоими соседями одновременно. Тот, кто сейчас котик, превращать соседей не умеет. Можно ли добиться того, что в круге останутся четыре стоящие подряд зайки, а остальные будут котиками?

4. В четырёхугольнике $ABCD$ выполняются соотношения $AB = 2BC = 2CD$. Биссектрисы углов B и C пересеклись в точке M . Докажите, что отрезок AD меньше периметра треугольника BCM .



Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 18 декабря 2023 года
7 класс. Выводная аудитория



5. Остров рыцарей и лжецов населён рыцарями, которые всегда говорят правду, и лжецами, которые всегда лгут. В правительство острова входит шесть человек — по одному представителю от каждой из общин острова (в любую общину могут входить и рыцари, и лжецы). Как, задав членам правительства 11 вопросов, на которые можно отвечать только «да» и «нет», определить, к какой общине принадлежит каждый из них? Спрашивающий знает названия общин. А члены правительства не знают, кто рыцарь, а кто является лжецом.
6. Барон придумал шесть различных натуральных чисел, меньших 1000. Для каждого из трёх задуманных чисел он выписал сумму их квадратов, уменьшенную на 1. Барон уверяет, что какие-то 8 из выписанных чисел имеют НОД больший 1000. Есть ли шансы, что он не врёт?
7. Какое наибольшее количество фигурок вида  можно вырезать из квадрата 10×10 ? Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 18 декабря 2023 года
7 класс. Выводная аудитория



5. Остров рыцарей и лжецов населён рыцарями, которые всегда говорят правду, и лжецами, которые всегда лгут. В правительство острова входит шесть человек — по одному представителю от каждой из общин острова (в любую общину могут входить и рыцари, и лжецы). Как, задав членам правительства 11 вопросов, на которые можно отвечать только «да» и «нет», определить, к какой общине принадлежит каждый из них? Спрашивающий знает названия общин. А члены правительства не знают, кто рыцарь, а кто является лжецом.
6. Барон придумал шесть различных натуральных чисел, меньших 1000. Для каждого из трёх задуманных чисел он выписал сумму их квадратов, уменьшенную на 1. Барон уверяет, что какие-то 8 из выписанных чисел имеют НОД больший 1000. Есть ли шансы, что он не врёт?
7. Какое наибольшее количество фигурок вида  можно вырезать из квадрата 10×10 ? Фигурки можно поворачивать и переворачивать.