Олимпиада ЮМШ 2020-21 года

Код участника: 9160

Лист подготовки устного ответа

Лист № 1

Фиксация санитарных выходов:

1 выход:		возвращение:	
2 выход:		возвращение:	
3 выход:		возвращение:	
4 выход:		возвращение:	
5 выход:		возвращение:	

Время окончания: 15:39

Всего листов: 8

$m \cdot p + (n-1)m$

$n \le n! - 4^n \le 4n$

$(n-1) \cdot m + n$

$n! - 4^n$

$p^n \quad q^m$

720 4096

$2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2{,}5 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{4} = 2 + \sqrt{3}\,\frac{11}{8}$

4

$p \quad 2p \quad 3p$

$n! \le kn + k^n$

$p^{n-1} - 1 \ge$

$n \le k$

$p \quad q \quad r$

$\frac{n!}{k!} \le \boxed{\frac{n}{(k-1)!}} + \frac{k^n}{k!}$

$n \ge k$

$n! \ge n + k^n$

$n! \le kn + k^n$

$p^n, p^{n-1}, p^{n-2}, \dots$

$n \le n! - k^n \le k^2$

$n! - 4^n =$

$n! - k^n = k^2$

$n! = k^2 + k^n = k^2(1 + k^{n-2})$

$k \le n \le 2k-1$

$1 + k^{n-2} = \frac{n!}{k^2}$

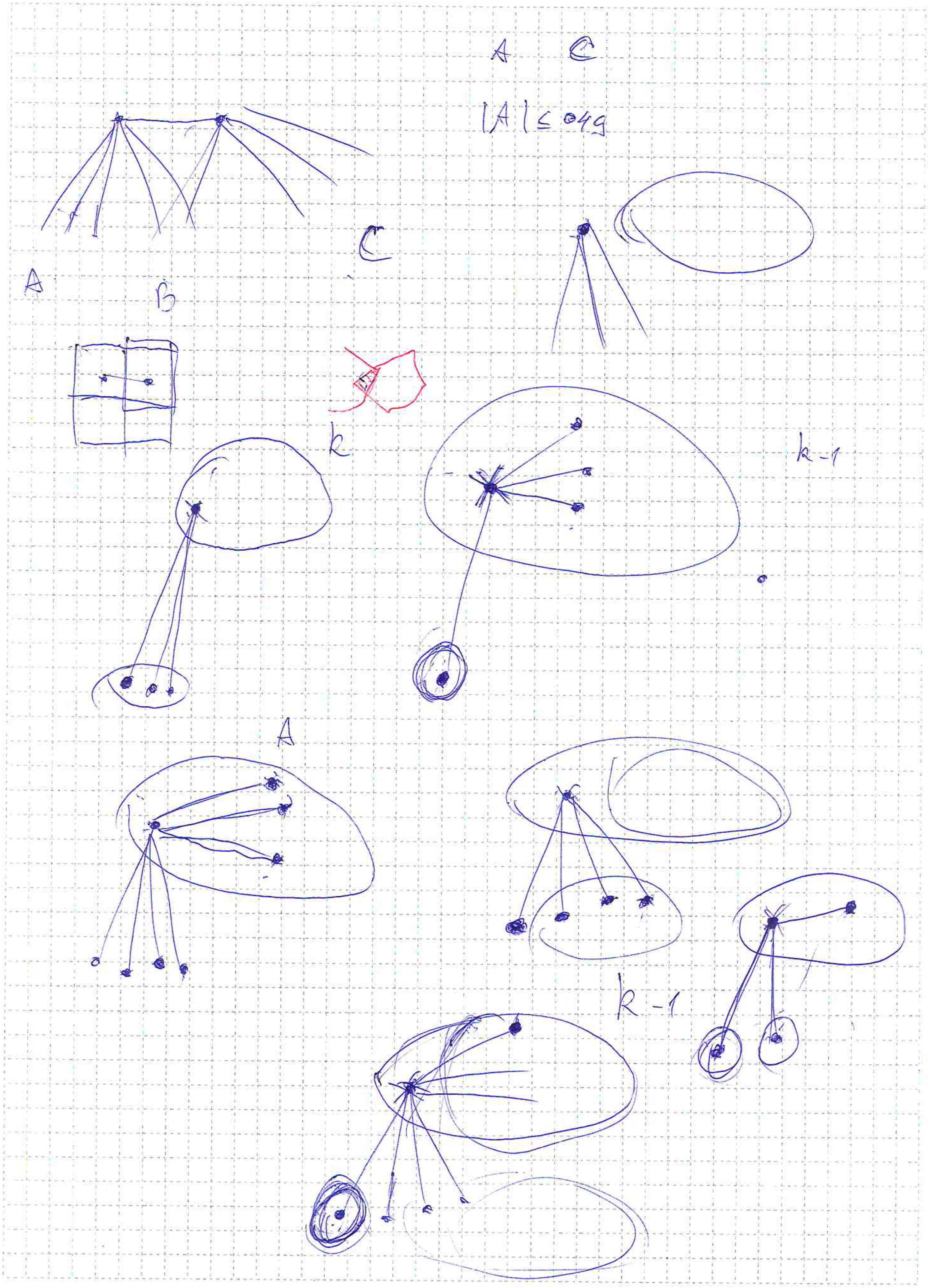
$p \cdot q$

p^m

Код участника: 9 1 6 0

Лист подготовки ответа

Лист № 2



Код участника: 9160 Лист подготовки ответа Лист № 3

$n \le n! - k^n \le kn$ $n \ge k$ $n \le 2k-1$

$(2k-1)! \ge k^n$ $(2k-1)! \le k^2$ $n! = 81(9^{n-2}+1)$

$n \ge 9$

$n \ge 2k$ $n \le 3k-1$ $n \vdots 7$ $n \vdots 5$ $n!$

$n! \vdots k^2$

k^2 $2k^2$ $n! - k^n$ 2^2 3^2

$n! = k^n + k^2$ $n! = k^n + 2k^2$

$\cancel{4}$ 16

$n \le n! - k^n \le kn$ 4 7 81

$3k > n$ $n \le n! - k^n \le kn$

$2k \le n! - k^n \le kn$ $k \ge 2$

$k+1 \le n \le 2k-1$ $k \cdot (k+1) \cdot \ldots \cdot (2k-1)$ 4

$(k-1)k^{n-1}$ $k(2k-1)$

p^2 $k(2k-1) \le k^3$ p_1^a $\frac{a(a-1)}{2} \le$

$\le a$

$n \le n! - k^n \le kn$ 45

p $4^{n-2}+1 \vdots 5 \vdots 9$ $p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \cdot \ldots \cdot p_n^{a_n}$

$4^{n-2}+1 \vdots 5 \vdots 9$ $(a_1-1)(a_2+1)(a_2-1) =$

4 $n-2 \vdots 2$

$n! - k^n = k^2$ $=$

$n! = k^2(k^{n-2}+1)$ $(a_1-1)(a_2+1) + a_2 \ge a_1(a_2+1)$

$2a_1a_2 - a_2 \ge a_1a_2 \ge a_1$

$n! = 16(4^{n-2}+1)$

$6!$ p^n p $\frac{p^n}{p} - 1 = p^{n-1} - 1 \le n$

2^2 3^2

Код участника: 9160

Лист подготовки ответа

Лист № 4

$n \le n! - 4^n \le 4n$

$4!$ $5!$

$n \le n! - k^n \le kn$

$b - \left[\frac{b}{a}\right] + 1 + c \le$

$\le b - \frac{b}{a} + 1 + c$

$100 - a$

$\frac{(a-1)b}{a} + 1 + c$

$\cancel{\le 18}$ ≤ 36

k 18

$\le (18-a)a$

a

$\frac{a-1}{a} b = b - \frac{b}{a}$

82 82

$a + b + 2c \le 100$

$b - \left[\frac{b}{a}\right] + 1 + c$

18

$a + b + 2c \le 100$

$b - \frac{b}{a} + 1 + c$

$\cancel{\le 18}$

$\cancel{\le 19}$ ≤ 17

a $(18 - a)a$

$100 - a$

$a - \frac{a}{100-a} + 1 \ge 82$

a

$\cancel{a + b + c = 100}$

$\cancel{90 - 10 + 1 \ge 81}$

$\cancel{a + b < 100}$

a $100 - a$

b c

90

a

$\frac{sb - b^2 - b}{s - b}$

10

$b - \left[\frac{b}{a}\right] + 1 + c \le$

$\frac{b}{2a}$

$\cancel{\le b}$ $b = \frac{b}{s-b}$ $sb - b^2$

Код участника: 9160

Лист подготовки ответа

Лист № 5

$b - \left[\frac{b}{a}\right] + 1 + c$

$a + b + c \le 100$

$b = 90 \quad a = 10$

$b\frac{a-1}{a} + 1$

$\sum_x \frac{g'(x)}{g(x)^2}$

$b - \frac{b}{a} + 1 + c$

$b - \frac{b}{s-b} x \le k$

$b - \frac{b}{a} = \frac{(a-1)b}{a} = b\,\frac{a-1}{a}$

$(s-b-1)\,b \le k(s-b)$

$\frac{ab-b}{a} \le$

$f'g(x) + g'(x)f(x)$

$\sum_a \frac{1}{f(x)}$

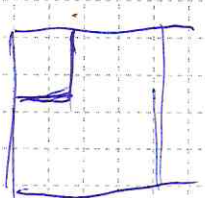
$b - \left[\frac{b}{s-b}\right]$

$\frac{1}{f(x)} \quad \frac{\Delta x}{f}$

$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' =$

$b - \frac{b}{s-b}$

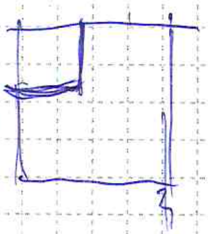
$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{(f(\Delta x + x) - f(x))\Delta x} = \frac{f(\Delta x + x) - f(x)}{\Delta x} \cdot \frac{1}{(f(\Delta x + x) - f(x))^2}$



$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 =$

$= \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 =$



$= 1$

$\frac{1}{\sqrt{2}}c$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \quad \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + a^2 = 1$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

$1{,}5 - \sqrt{2} + a^2 = 1$

$a^2 = \sqrt{2} - 0{,}5$

Код участника: 9160

Лист подготовки ответа

Лист № 6

~~$n > k$ $n \le 2k-1$ $(2k-1)! \ge k^{k}$~~

~~$n! \ge k^n$ $n > k$~~

~~$n!$~~ ~~$n > 2k-1$~~ $n \ge 2k$

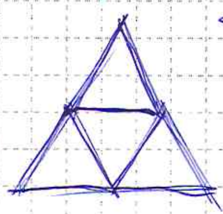
81 $2k-1$

90 n $n!$ k^n

$(k^2)!$ k^{k^2}

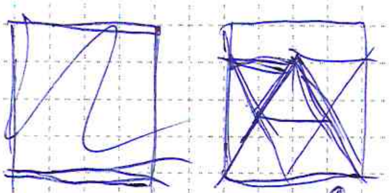
10 n

1 2 3 … n



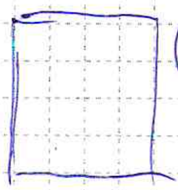
$\frac{\sqrt{3}}{4}$ $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2$

$\sqrt{3}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} + (2-\sqrt{3})$



$2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\left((k-1)!\right)^a \ge$ $\sqrt{3} \cdot 2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 6 = 0{,}5\sqrt{3}$



$\ge k^{k-1}$ k

$n!$ k^n

$n \ge 2k-1$ ~~$n \le k^2$~~ $n < k^2$

$n! - k^n$

~~$n \le 3k$~~ $n < 3k$

~~$(3k)! > k^{3k}$~~ $n \ge 2k$ $n < 3k$

$n! - k^n = 2k^2$ $2k^2$

$n! = \cancel{k^{n-2}(k+2}(k^{n-2}+2)k^2$

Код участника: 9160 | Лист подготовки ответа | Лист № 7

$n! - k^n \leq kn$ $(2k-1)! \leq k^{2k-1}$

$(2k-i)\,i \leq k^2$

$n \geq 2k-1$ $n \leq k^2$

$n \geq k^2$ $n! - k^n > kn$ $n = k^2$ $\frac{1}{k^{n-3}}$

$\frac{n!}{k^n}$ $1\ 2 \ldots n$

$n! \geq k^n$

$\frac{1}{k} \cdot \frac{2}{k} \ldots \frac{n}{k}$ $\frac{k}{k} \cdot \frac{k+1}{k} \ldots \frac{2k-1}{k} \geq 1$ $k \geq 5$

$\frac{2k}{k} \cdot \frac{2k+1}{k} \ldots 3k+1 \geq 2$ $n! \geq \left(\frac{n}{2}\right)^n$

$((k-1)!)^k$

$\frac{(k^2)!}{k^n} - 1 > \frac{((k-1)!)^{k+1}}{k^{k-1}} - 1 >$

$(k-1)!$

$n! =$

$((k-1)!)^{k+1} - k^{k-1} > \frac{1}{k^{k^2-k-2}}$ $2k^2$

6

$(k-1)(k-2) \geq k$

$n \geq 2k$ $n \geq 3k$

$n! - k^n$ $kn < k^3$ $2k \leq n < 3k$

$n! = k^{n-2}(k^2+1)$ $k^2(k^{n-2}+1)$ k^2 $2k^2$

$n! = k^2(k^{n-2}+2)$ $n! - k^n = 2k^2$

$n \geq 2k$ $2k^2$ 2 $\frac{2 \cdot 2^m}{2} - 2 > 1$

$1\ 2 \ldots k-1 \cdot k+1 \ldots 2k-1$ $p\ 2p\ 4p$

p k 2^3 $\frac{2 \cdot 2^n}{2} - 1 > 2n+1$

Код участника: 9 1 6 0

Лист подготовки ответа

Лист № 8

$n! = k^2(k^{n-2}+1)$ $\quad$ $p_1^{a_1} p_2^{a_2} \ldots$ k

$k \quad 2k$

$2k^2 \quad k \vdots p \quad k>p$

~~$1\cdot 2 \cdot \ldots \cdot (k-1)\cdot(k+1)\cdot\ldots\cdot(2k-1)\cdot 2 = k^{n-2}+1$~~

$n \geq 2k$ $\quad$ $k>5$

$$\frac{n!}{k^2} = \boxed{k^{n-2}+1}$$

$2k^2$

$3 \quad k^{n-2}+1$ $\quad$ $k \equiv 2 \pmod 3$

4 $\quad$ $n-2 \equiv 1 \pmod 2$

$k \equiv 3 \pmod 4$ $\quad$ $n \not\vdots 2$

5 $\quad$ $k^{n-2} \equiv -1 \pmod 5$

$3k-1 \geq n \geq 2k$ $\quad$ $n! \leq (3k-1)!$