Олимпиада ЮМШ 2020-21 года

Код участника: 9050

Лист подготовки устного ответа

Лист № 1

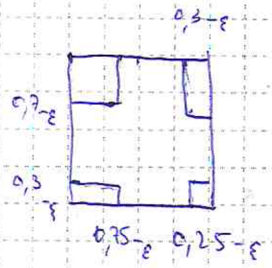
Фиксация санитарных выходов:

1 выход:		возвращение:	
2 выход:		возвращение:	
3 выход:		возвращение:	
4 выход:		возвращение:	
5 выход:		возвращение:	

Время окончания: 15^{30}

Всего листов: 5

2.1.



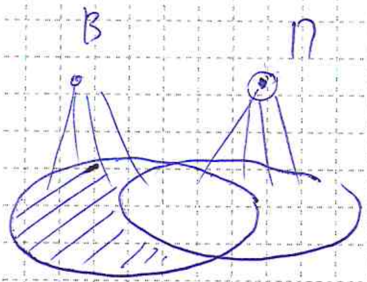
$0{,}49 + 2 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}75 + 0{,}25^2 =$

$= 0{,}49 + 0{,}45 + \frac{1}{16} = 0{,}94 + \frac{1}{16} > 1$

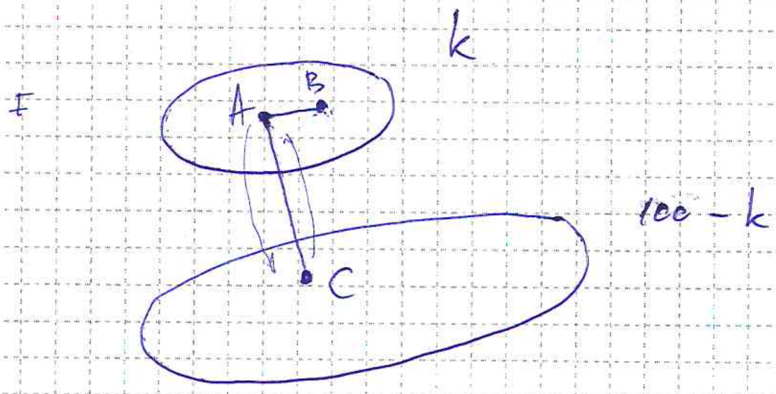
$\frac{1}{16} > 0{,}06$

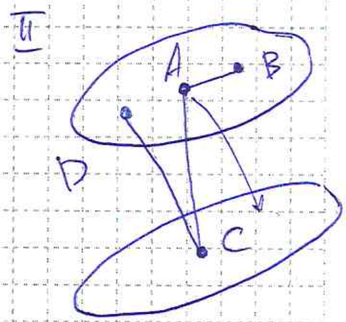
$1 > 0{,}96$

1.1.

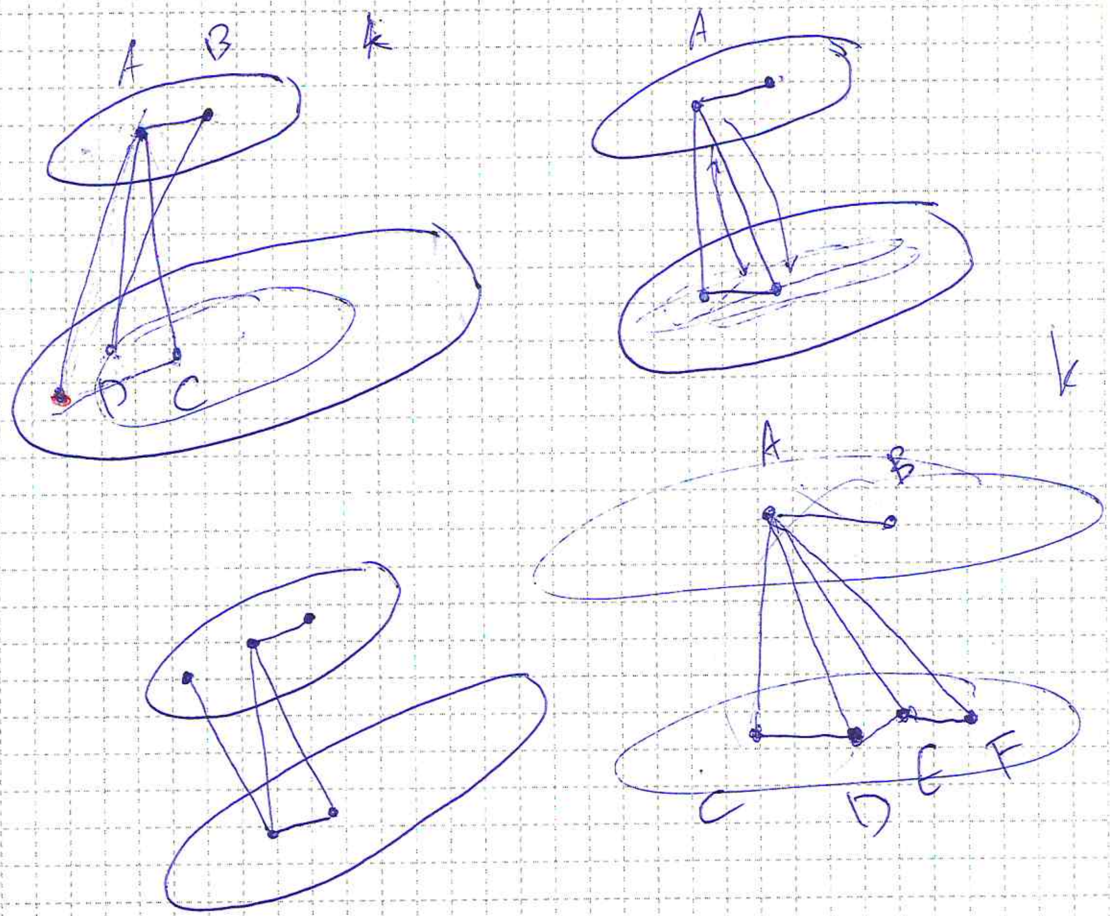


1.2.





III



3 1. $n \leq n! - 4^n \leq 4n$

~~База $10 < 10! - 4^{10}$~~

~~$10 \leq 10!\ 4^{10} = (3\ 5\ 3\ 7\ 9\ 5 \cdot 2^8 - 2^{20})$~~ =

= ~~$n!$~~

~~$(n+1)! - 4^{n+1} - n! + 4^n = n! \cdot n - 4^n \cdot 3 \geq 1$~~

~~$n! \cdot n - 4$~~ $n! \cdot n$ ~~$> 1 + 4^n \cdot 3$~~

$10 \leq 2^8(3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 - 2^{12}) =$

$3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 > 2^{10} \cdot 7$

$2^{10} \cdot 7 - 2^{12} = 2^{10}(7-4) = 2^{10} \cdot 3$

Код участника: 905С

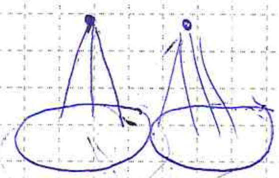
Лист подготовки ответа

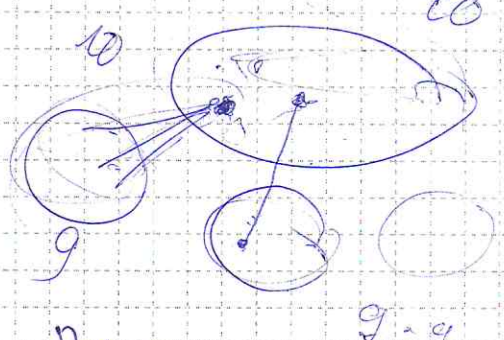
Лист № 2

~~$p < p! < k^p < kp$~~

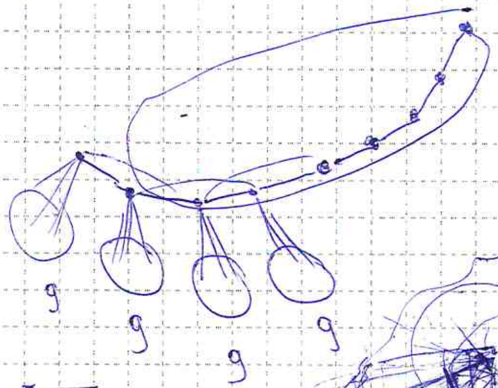
~~$k^p = 1 \pmod p$~~

~~8!~~



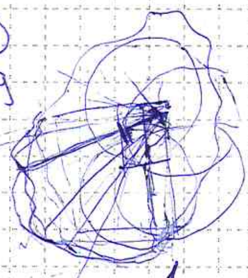


Пример.



~~$2,5 - \sqrt{2} - (1+\sqrt{2})($~~

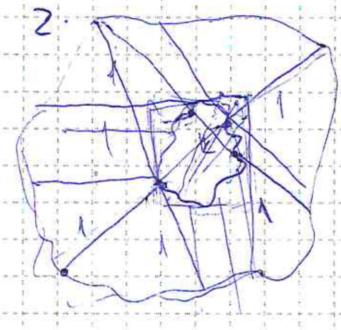
~~$2,5 - \sqrt{2} - 2 - \sqrt{2}$~~



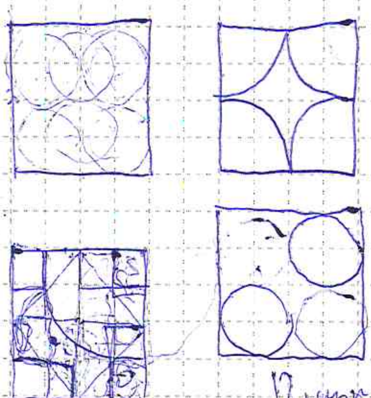
4

$k < 1$

2



1



$2 \cdot 2 = 4$

Площадь четверти круга

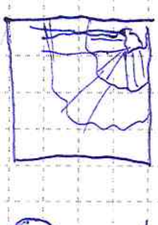
$1 - 2$

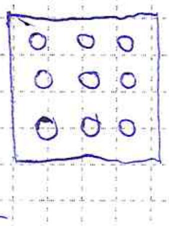
$2 - \sqrt{2} + 0,5 >$

~~$(1 - \sqrt{2})($~~

$x^2 - x + 0,5$

$n \le h$ Пусть $S(A) > 2$





$2,5 - \sqrt{2} = 0,5^2 \cdot \frac{1}{2} - \sqrt{2}$

$2 - \sqrt{2} + 0,5 = (\sqrt{2})^2 - \sqrt{2} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 =$

$$n! - k^n - (n-1)! + k^{n-1} \geq kn$$

$$(n-1)!$$

$$(n+1)! - k^{n+1} \geq n+1$$

$$(n+1)!k \geq kn + k - k^{n+2}$$

$$n \leq n! - k^n$$

$$n+1 \leq (n+1)! - k^{n+1}$$

Код участника: 9050

Лист подготовки ответта

Лист № 3

~~$n!$~~

~~$n \le n! - 4^n$~~

~~$1 \le 1 - 4$~~

~~$2 \le 2 - 4^2$~~

~~$3 \le 6 - 4^3$~~

~~$n! - 4^n =$~~

$(n+1)! - 4^{n+1} - n! + 4^n > 4$

$n!\,n - 4^n \cdot 3 > 4$

$n! \cdot n > 4 + 3 \cdot 4^n$

Верно при

$n \ge 10$

$n! > 4^n \cdot 4$

$n > 3$

$n! > 4^n$

$120 > 4^5 = 2^{10}$

$720 > 4^6 = 2^{12}$

$720 \cdot 7 > 4^7 = 4^5$

$720 \cdot 8 \cdot 7 > 4^8$

$720 \cdot 7 > 4^6 \cdot 2$

$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 > 4^5 \cdot 2$

$9 \cdot 5 \cdot 7 > 4^4 \cdot 2$

$> 64 \cdot 8$

$9! - 4^9$ $\quad 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 =$

$= 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7$

$2^7 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7 \;*\; 2^{18}$

$3^4 \cdot 5 \cdot 7 \;*\; 2^{11}$

$81 \cdot 35 \;*\; 2048$

$2835 > 2048$

81×35: 405 + 243 = 2835

Код участника: 9 0 5 0

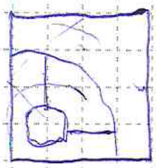
Лист подготовки ответа

Лист № 4

$n \le n! - k^n \le kn$

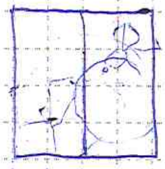
~~$n \le n! - 6^n \le 6n$~~

~~$n \le n! - (ab)^n \le abn$~~

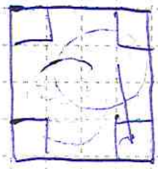


$k \ge 64 \quad n \ge 10$

$n \le n! - k^n \le kn$



~~$n \le n! - 6^n \le 6n$~~

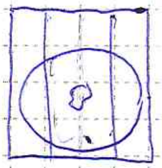


~~$n! \ge 6^n$~~

~~$12! \ge 6^{12}$~~

$(n+1)! - k^{n+1} - n! + k^n =$

$= n! \cdot n - k^n(k-1) \ge kn$



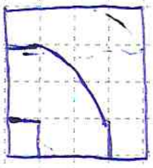
$n! n \ge kn + k^n(k-1)$

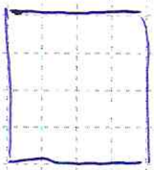
$n! - k^n \ge n$

~~$n! - k$~~

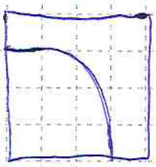
$n! k - k^{n+1} \ge kn$

$n! k \ge kn + k^{n+1}$





Значит это верно при $n > k$



$n \geq 10$

$k = 1$

$n \leq n! - k^n \leq kn$

$n \leq n! - 1 \leq n$

$n! - k^n \geq n \quad | \cdot k$

$n! - 1 = n$

$n! k - k^{n+1} \geq nk$

(1) $\Leftrightarrow$ $n! k \geq nk + k^{n+1}$

$n! > k^n$

$n > k$

$(n+1)! - k^{n+1} - n! + k^n \geq kn + k$

$n! n - k^n (k-1) \geq kn + k$

$n! n \geq kn + k^n (k-1) + k$

т.е. это будет верно при

$n \geq k$

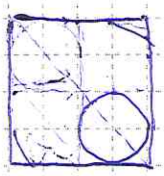
$n! n \geq n! k \geq nk + k^{n+1} > nk + k^n (k-1)$

$n > k$ при всех натуральных n и k.

$nk + k^{n+1} > kn + k^n (k-1) + k$

~~$n \leq n! - 2^n \leq 2n$~~

$k^{n+1} > k^n (k-1) + k$



$2{,}5 - \sqrt{2} =$

$\frac{1}{4} + 2{,}25 - \sqrt{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1{,}5^2 - \sqrt{2} =$

$k^n > k^{n-1}(k-1) + 1$

$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

$\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}-1}{2} - 1 = \frac{3\sqrt{2}-3}{2} = \frac{3(\sqrt{2}-1)}{2}$

Код участника: 9050

Лист подготовки ответа

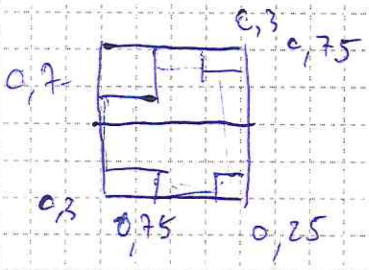
Лист № 5

База $10 \leq 10! - 4^{10} = 10! - 2^{20} \leq 40$

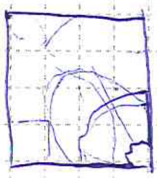
$10! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10 = 2^8\cdot 3^4\cdot 5^2\cdot 7 >$

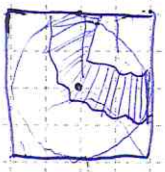
$> 2^8\cdot 2^6\cdot 2^4\cdot 7$

$2^{18}\cdot 3$



$0,49 + 0,45 + \frac{1}{16}$





$n \leq n! - 4^n \leq 4n$

~~$n \leq n! - 4^n$~~

$10! - 4^{10} \geq 2^{18}\cdot 7 - 2^{20} =$

$= 2^{18}\cdot 3$

$4^{10} = (2^2)^{10} = 2^{20}$

$1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10 = 2^8\cdot 3^4\cdot 5^2\cdot 7$

$2 \quad 2^2 \quad 2 \quad 2^3 \quad 2$

$3^4 = 81 > 64 = 2^6$

$5^2 = 25 > 16 = 2^4$

$2^8\cdot 3^4\cdot 5^2\cdot 7 > 2^8\cdot 2^6\cdot 2^4\cdot 7 = 2^{18}\cdot 7$

$$n \le n! - k^n \le kn$$

$$n \le n! - k^n \quad \Big| \cdot k$$

$$n!k - k^{n+1} \ge nk$$

$$n!k \ge nk + k^{n+1}$$

$$n! > k^n$$

$$n > k$$

$$(n+1)! - k^{n+1} - n! + k^n \ge k(n+1)$$

$$n!n - k^n(k-1) \ge kn + k$$

$$n!n \ge kn + k^n(k-1) + k$$

$$n!n > n!k \ge nk + k^{n+1} > nk + k^n(k-1) + k$$

~~nk~~ $k^{n+1} > k^n(k-1) + k$

~~$k^n - k$~~

~~$k^{n-1}(k - k + 1) > k \cdot 1$~~

~~$k^n > k^{n-1}(k-1) + 1$~~

$k^{n-1}($ ~~k~~ ~~k^{n+1}~~ $> $ ~~k^{n+1}~~ $- k^n + k$

$k^n > k \qquad k > 1.$