



Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 19 марта 2023 года
6 класс. Основная аудитория



1. На доске 3×3 расставлены числа 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 и 256 (по одному в каждую клетку). Рядом назовём строку или столбец. Докажите, что сумма чисел в одном из рядов хотя бы на 150 больше суммы чисел в другом из рядов.
2. Вася признает только обыкновенные дроби, у которых в числителе 1, а в знаменателе — не более чем трехзначное натуральное число. Можно ли складывая и вычитая Васины дроби, общим количеством не более 5 штук, получить число $0,2023$?
3. Каждый член жюри олимпиады придумывает по задаче в день. В начале зимних каникул в жюри появилось несколько новых участников. В конце зимних каникул из состава жюри вышло несколько старых участников. Более состав в течение года не менялся. Оказалось, что члены жюри, продержавшиеся весь год, придумали столько же задач до начала каникул, сколько новые участники за каникулы, и столько же задач после конца каникул, сколько ушедшие за каникулы. Докажите, что первоначальным составом до конца каникул придумано столько же задач, сколько итоговым составом после начала каникул.
4. Числа от 1 до 81 разбили на тройки, и в каждой тройке выбрали среднее по величине число. Выбранные 27 чисел снова разбили на тройки, и в каждой выбрали среднее. После ещё двух таких операций осталось всего одно число. Чему, самое большее, оно может быть равно?



Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 19 марта 2023 года
6 класс. Основная аудитория



1. На доске 3×3 расставлены числа 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 и 256 (по одному в каждую клетку). Рядом назовём строку или столбец. Докажите, что сумма чисел в одном из рядов хотя бы на 150 больше суммы чисел в другом из рядов.
2. Вася признает только обыкновенные дроби, у которых в числителе 1, а в знаменателе — не более чем трехзначное натуральное число. Можно ли складывая и вычитая Васины дроби, общим количеством не более 5 штук, получить число $0,2023$?
3. Каждый член жюри олимпиады придумывает по задаче в день. В начале зимних каникул в жюри появилось несколько новых участников. В конце зимних каникул из состава жюри вышло несколько старых участников. Более состав в течение года не менялся. Оказалось, что члены жюри, продержавшиеся весь год, придумали столько же задач до начала каникул, сколько новые участники за каникулы, и столько же задач после конца каникул, сколько ушедшие за каникулы. Докажите, что первоначальным составом до конца каникул придумано столько же задач, сколько итоговым составом после начала каникул.
4. Числа от 1 до 81 разбили на тройки, и в каждой тройке выбрали среднее по величине число. Выбранные 27 чисел снова разбили на тройки, и в каждой выбрали среднее. После ещё двух таких операций осталось всего одно число. Чему, самое большее, оно может быть равно?



Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 19 марта 2023 года
6 класс. Выводная аудитория



5. В компании из пяти детей Серёжа дружит с Владой, Дашей, Толей и Никитой, а также Даша дружит с Владой, Влада с Толей, Толя с Никитой, а Никита с Дашей (все дружбы взаимны). Остальные пары детей не дружат между собой. Учитель дал каждому по 10 конфет. Каждую минуту Серёжа уговаривает кого-нибудь другого из детей отдать всем своим друзьям по одной конфете. Докажите, что Серёжа не соберёт у себя более 42 конфет.
6. Петя и Вася придумали по числу, причем Петино меньше Васиного. Далее они 10 раз увеличивали свои числа на 1, пока они не стали взаимно простыми. Каково наименьшее возможное число, которое мог задумать Вася?
7. 162 студента сдавали 5 экзаменов, за каждый экзамен ставится оценка от 1 до 5. Докажите, что найдутся трое студентов, что за каждый из экзаменов какие-то двое из них получили одинаковую оценку.



Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 19 марта 2023 года
6 класс. Выводная аудитория



5. В компании из пяти детей Серёжа дружит с Владой, Дашей, Толей и Никитой, а также Даша дружит с Владой, Влада с Толей, Толя с Никитой, а Никита с Дашей (все дружбы взаимны). Остальные пары детей не дружат между собой. Учитель дал каждому по 10 конфет. Каждую минуту Серёжа уговаривает кого-нибудь другого из детей отдать всем своим друзьям по одной конфете. Докажите, что Серёжа не соберёт у себя более 42 конфет.
6. Петя и Вася придумали по числу, причем Петино меньше Васиного. Далее они 10 раз увеличивали свои числа на 1, пока они не стали взаимно простыми. Каково наименьшее возможное число, которое мог задумать Вася?
7. 162 студента сдавали 5 экзаменов, за каждый экзамен ставится оценка от 1 до 5. Докажите, что найдутся трое студентов, что за каждый из экзаменов какие-то двое из них получили одинаковую оценку.