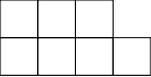




Олимпиада  
Юношеской математической школы  
II тур, 19 марта 2023 года  
5 класс. Основная аудитория

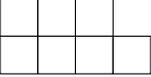


1. В записи сегодняшней даты 19.03.2023 сумма всех цифр равна 20 ( $1+9+0+3+2+0+2+3=20$ ). Сколько всего дат в текущем 2023 году, обладающих таким же свойством?
2. Даны 8 семиклеточных фигурок (как на рис.), полученных вырезанием угловой клетки из прямоугольника  $2 \times 4$ . Верно ли, что если их уложить на доске  $8 \times 8$  без наложений, то в какой-то строке или столбце не останется пустых клеток? (В укладывании должны участвовать все 8 фигур.) 
3. На марсианском чемпионате мира по футболу играло 14 игроков. Саша забил  $\frac{1}{4}$  всех мячей, Коля забил  $\frac{2}{7}$  всех мячей, а Петя забил 15 мячей. Каждый из остальных одиннадцати участников забил не более 2 мячей. Сколько всего мячей было забито в чемпионате?
4. У ювелира было два комплекта по 7 гирек массой от 1 г до 7 г в каждом. Один комплект он подписал (и надписи сохранились), таким образом, он точно знает, сколько весит каждая гиря из этого комплекта. Другой комплект остался неподписанным, а еще ювелир потерял из него одну гирьку. Как за два взвешивания на рычажных весах определить, какая именно гирька потеряна?



Олимпиада  
Юношеской математической школы  
II тур, 19 марта 2023 года  
5 класс. Основная аудитория



1. В записи сегодняшней даты 19.03.2023 сумма всех цифр равна 20 ( $1+9+0+3+2+0+2+3=20$ ). Сколько всего дат в текущем 2023 году, обладающих таким же свойством?
2. Даны 8 семиклеточных фигурок (как на рис.), полученных вырезанием угловой клетки из прямоугольника  $2 \times 4$ . Верно ли, что если их уложить на доске  $8 \times 8$  без наложений, то в какой-то строке или столбце не останется пустых клеток? (В укладывании должны участвовать все 8 фигур.) 
3. На марсианском чемпионате мира по футболу играло 14 игроков. Саша забил  $\frac{1}{4}$  всех мячей, Коля забил  $\frac{2}{7}$  всех мячей, а Петя забил 15 мячей. Каждый из остальных одиннадцати участников забил не более 2 мячей. Сколько всего мячей было забито в чемпионате?
4. У ювелира было два комплекта по 7 гирек массой от 1 г до 7 г в каждом. Один комплект он подписал (и надписи сохранились), таким образом, он точно знает, сколько весит каждая гиря из этого комплекта. Другой комплект остался неподписанным, а еще ювелир потерял из него одну гирьку. Как за два взвешивания на рычажных весах определить, какая именно гирька потеряна?



Олимпиада  
Юношеской математической школы  
II тур, 19 марта 2023 года  
5 класс. Выводная аудитория



5. В компании из пяти детей Серёжа дружит с Владой, Дашей, Толей и Никитой, а также Даша дружит с Владой, а Толя с Никитой (все дружбы взаимны). Остальные пары детей между собой не дружат. Учитель дал Серёже 17 конфет, Даше — 21, Владе — 22, Толе — 17, Никите — 24. Каждую минуту один из детей может отдать всем своим друзьям по одной конфете. Докажите, что в каждый момент времени найдётся ребёнок, у которого будет меньше 20 конфет.

6. В пяти школьных олимпиадах участвовали 16 учеников, и каждый получил диплом 1, 2 или 3 степени на каждой из олимпиад. Докажите, что найдутся трое учеников, что за каждую из олимпиад какие-то двое из них получили одинаковый диплом.

7. Игорь придумал операцию с натуральным числом, которая заменяет две его соседние цифры на последнюю цифру их произведения. Ведущие нули удаляются. Например,

$$251023 \rightarrow 25106 \rightarrow 106 \rightarrow 10.$$

Существует ли такое натуральное число, из которого можно получить такими операциями как 2, так и 5?



Олимпиада  
Юношеской математической школы  
II тур, 19 марта 2023 года  
5 класс. Выводная аудитория



5. В компании из пяти детей Серёжа дружит с Владой, Дашей, Толей и Никитой, а также Даша дружит с Владой, а Толя с Никитой (все дружбы взаимны). Остальные пары детей между собой не дружат. Учитель дал Серёже 17 конфет, Даше — 21, Владе — 22, Толе — 17, Никите — 24. Каждую минуту один из детей может отдать всем своим друзьям по одной конфете. Докажите, что в каждый момент времени найдётся ребёнок, у которого будет меньше 20 конфет.

6. В пяти школьных олимпиадах участвовали 16 учеников, и каждый получил диплом 1, 2 или 3 степени на каждой из олимпиад. Докажите, что найдутся трое учеников, что за каждую из олимпиад какие-то двое из них получили одинаковый диплом.

7. Игорь придумал операцию с натуральным числом, которая заменяет две его соседние цифры на последнюю цифру их произведения. Ведущие нули удаляются. Например,

$$251023 \rightarrow 25106 \rightarrow 106 \rightarrow 10.$$

Существует ли такое натуральное число, из которого можно получить такими операциями как 2, так и 5?