



Олимпиада
Юношеской математической школы
1 отборочный тур, 25 сентября 2022 года
11 класс



1. Вася написал трехзначное число M и сообщил Вам, что среди чисел от 1 до M ровно пять процентов являются делителями M . Чему может быть равно M ? Найдите все варианты, и покажите, что других нет.

2. Сумма чисел a , b и c равна 100. Чему равен минимум выражения

$$5a^2 + 3b^2 + 3c^2?$$

3. Назовём *сверхквдратными* такие квадраты натуральных чисел, в записи которых есть только четверки, девятки и нули, причем последняя цифра не 0. Конечно ли множество сверхквдратных чисел?

4. В стране n городов, и каждые два соединены прямой авиалинией. Цена перелёта между двумя городами фиксирована и составляет либо 1000, либо 2000 рублей. Известно, что любой маршрут, начинающийся и заканчивающийся в одном городе, обойдётся в чётное число тысяч рублей. Какова наименьшая сумма стоимостей всех авиаперелётов?

5. Докажите, что для любой параболы найдётся бесконечно много равно-сторонних треугольников, все вершины которых лежат на ней.